KEMENTERIAN PENDIDIKAN, KEBUDAYAAN, RISET, DAN TEKNOLOGI
REPUBLIK INDONESIA
2022

Buku Panduan Guru
MATEMATIKA

SMP/MTs KELAS VIII

Buku Panduan Guru Matematika untuk SMP/MTs Kelas VIII

Penulis
Mohammad Tohir
Abdur Rahman As'ari
Ahmad Choirul Anam
Ibnu Taufiq

Penelaah
Swasono Rahardjo
Alhadi Bustamam

Penyelia/Penyelaras
Supriyatno
Lenny Puspita Ekawaty
Eko Budiono
Berthin Sappang
Sofia Nida Khoerunnisa

Kontributor
Dini Purwati
Ida Fitriningrum

Ilustrator
Lutfi Bahtiar

Editor
Drajat

Desainer
Joko Setiyono

Penerbit
Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi

Dikeluarkan oleh:
Pusat Perbukuan
Kompleks Kemdikbudristek Jalan RS. Fatmawati, Cipete, Jakarta Selatan
https://buku.kemdikbud.go.id

Cetakan Pertama, 2022
ISBN 978-602-244-880-8 (no.jil.lengkap)
ISBN 978-602-427-902-8 (jil.2)

Isi buku ini menggunakan huruf Noto Serif 11/16 pt, Steve Matteson
x, 318 hlm.: 17,6 x 25 cm.

Kata Pengantar

Pusat Perbukuan; Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan; Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi memiliki tugas dan fungsi mengembangkan buku pendidikan pada satuan Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah, termasuk Pendidikan Khusus. Buku yang dikembangkan saat ini mengacu pada Kurikulum Merdeka. Kurikulum ini memberikan keleluasaan bagi satuan/program pendidikan dalam mengimplementasikan kurikulum dengan prinsip diversifikasi sesuai dengan kondisi satuan pendidikan, potensi daerah, dan peserta didik.

Pemerintah dalam hal ini Pusat Perbukuan mendukung implementasi Kurikulum Merdeka di satuan pendidikan dengan mengembangkan buku siswa dan buku panduan guru sebagai buku teks utama. Buku ini dapat menjadi salah satu referensi atau inspirasi sumber belajar yang dapat dimodifikasi, dijadikan contoh, atau rujukan dalam merancang dan mengembangkan pembelajaran sesuai karakteristik, potensi, dan kebutuhan peserta didik.

Adapun acuan penyusunan buku teks utama adalah Pedoman Penerapan Kurikulum dalam rangka Pemulihan Pembelajaran yang ditetapkan melalui Keputusan Menteri Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi No. 262/M/2022 Tentang Perubahan atas Keputusan Mendikbudristek No. 56/M/2022 Tentang Pedoman Penerapan Kurikulum dalam rangka Pemulihan Pembelajaran, serta Keputusan Kepala Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan Nomor 033/H/KR/2022 tentang Perubahan Atas Keputusan Kepala Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi Nomor 008/H/KR/2022 tentang Capaian Pembelajaran pada Pendidikan Anak Usia Dini, Jenjang Pendidikan Dasar, dan Jenjang Pendidikan Menengah pada Kurikulum Merdeka.

Sebagai dokumen hidup, buku ini tentu dapat diperbaiki dan disesuaikan dengan kebutuhan dan perkembangan keilmuan dan teknologi. Oleh karena itu, saran dan masukan dari para guru, peserta didik, orang tua, dan masyarakat sangat dibutuhkan untuk pengembangan buku ini di masa yang akan datang. Pada kesempatan ini, Pusat Perbukuan menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah terlibat dalam penyusunan buku ini, mulai dari penulis, penelaah, editor, ilustrator, desainer, dan kontributor terkait lainnya. Semoga buku ini dapat bermanfaat khususnya bagi peserta didik dan guru dalam meningkatkan mutu pembelajaran.

Jakarta, Desember 2022
Kepala Pusat Perbukuan,

Supriyatno
NIP 196804051988121001

Prakata

Puji syukur dipanjatkan ke hadirat Allah SWT karena hidayah dan inayah- Nya penulisan Buku Panduan Guru ini dapat diselesaikan sesuai dengan waktu yang telah ditetapkan. Buku Panduan Guru ini disusun sesuai dengan Capaian Pembelajaran Fase D untuk pegangan guru SMP/MTS Kelas VIII sesuai dengan Keputusan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 958/P/2020 tentang Capaian Pembelajaran pada Pendidikan Anak Usia Dini, Pendidikan Dasar, dan Pendidikan Menengah.

Buku Panduan Guru ini disusun untuk memenuhi Kompetensi Keterampilan 4Cs (*Creativity, Critical Thinking, Collaboration, Communication*) dalam pembelajaran abad ke-21 yang meliputi: kehidupan dan karier, pembelajaran dan inovasi, serta informasi, media, dan teknologi. Oleh karena itu, dalam uraian setiap bab akan mengembangkan kompetensi/keterampilan/ sikap siswa antara lain: (i) berpikir tingkat tinggi (HOTS), (ii) berpikir kritis dan problem solving, kreatif dan inovatif, komunikasi, dan kolaborasi, dan (iii) literasi informasi, media, dan teknologi. Untuk mempelajari materi dalam buku ini siswa lebih banyak diberi kesempatan secara aktif terlibat untuk mencari tahu, sedangkan guru akan membantu siswa yang mendapat hambatan belajar. Untuk mengembangkan keterampilan hidup dan karier, dalam buku ini disediakan projek yang harus dilakukan siswa secara kolaborasi atau mandiri dan hasilnya untuk dikomunikasikan.

Buku Panduan Guru ini terdiri atas dua bagian, yaitu Buku Panduan Guru Petunjuk Umum dan Buku Panduan Guru Petunjuk Khusus. Adapun pada Buku Panduan Guru Bagian Umum memuat: pendahuluan, capaian pembelajaran, penjelasan bagian-bagian buku siswa, strategi umum pembelajaran, gambaran umum bab, skema pembelajaran, panduan pembelajaran, dan interaksi guru dengan orang tua/wali. Sementara itu, materi yang akan diajarkan dalam buku ini dibagi menjadi enam bab. Bab 1 tentang Bilangan Berpangkat Bulat, memuat: Bilangan Berpangkat Bulat, Bilangan Bentuk Akar, dan Penulisan Bentuk Baku. Bab 2 tentang Teorema Pythagoras, memuat: Menemukan Konsep Pythagoras, Tripel Pythagoras, Segitiga Istimewa, Penerapan Teorema Pythagoras, dan Rumus Jarak (Materi Pengayaan). Bab 3 tentang Sistem Persamaan dan Pertidaksamaan Linear Satu Variabel, memuat: Memahami Konsep Persamaan Linear Satu Variabel, Menyelesaikan Persamaan Menggunakan Penjumlahan atau Pengurangan, Menyelesaikan Persamaan Menggunakan Perkalian atau Pembagian, Menemukan Konsep Pertidaksamaan Linear Satu Variabel, dan Menyelesaikan Masalah Pertidaksamaan Linear Satu Variabel. Bab 4 tentang

Relasi dan Fungsi, memuat: Memahami Relasi, Memahami Fungsi, dan Korespondensi Satu-satu (Pengayaan). Bab 5 tentang Persamaan Garis Lurus, memuat: Grafik Persamaan Garis Lurus, Kemiringan Garis Lurus, dan Bentuk Lain Persamaan Garis Lurus. Bab 6 tentang Statistika, memuat: Pemusatan Data, dan Pengukuran Data.

Terima kasih disampaikan kepada Kepala Pusat Perbukuan dan Kurikulum Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia yang telah memfasilitasi Tim Penulis untuk memperlancar tersusunnya buku ini.

Kami menyadari kekurangan buku ini. Oleh karena itu, saran dan kritik untuk memperbaiki buku ini sangat diharapkan dari semua pihak. Semoga buku ini bermanfaat bagi pembelajaran secara umum dan khusus pada pembelajaran matematika di SMP/MTs.

Jakarta, Desember 2022

Tim Penulis

Daftar Isi

Daftar Gambar

Daftar Tabel

Peta Pemikiran Buku

A. Pendahuluan

Buku siswa digunakan siswa untuk kegiatan pembelajaran di dalam kelas dalam mencapai tujuan pembelajaran, sementara buku guru digunakan guru sebagai pedoman membimbing siswa dalam melaksankan pembelajaran di dalam kelas. Buku Guru berfungsi sebagai petunjuk dalam menerapkan Buku Siswa. Sebelum mengajar, guru harus membaca Buku Guru terlebih dahulu agar memahami Capain Pembelajaran, tujuan pembelajaran, materi yang ada pada setiap Bab, alternatif aktivitas pembelajaran yang akan diterapkan, sehingga memberikan arahan dan petunjuk bagi untuk melaksanakan kegiatan pembelajaran yang tepat untuk mencapai tujuan pembelajaran. Dengan demikian, Guru mempunyai gambaran, metode yang tepat yang akan diterapkan dalam kegiatan pembelajaran. Didalam Buku Guru dicantumkan tujuan pembelajaran yang akan dicapai dari setiap bab, beberapa alternatif jawaban dari pertanyaan pemantik, beberapa alternatif kegiatan pembelajaran siswa serta alternatif penyelesaian soal latihan. Diharapkan Buku Guru ini dapat membantu guru untuk menentukan alternatif kegiatan pembelajaran dalam rangka mencapai tujuan pembelajaran. Pada Buku Guru, diberikan alternatif pemecahan masalah kegiatan dalam sehari-hari yang berkaitan dengan materi yang ada dalam bab. Dalam buku Guru juga diberikan bagaimana cara guru membimbing siswa dalam kegiatan eksplorasi, yang dapat menuntun siswa dalam memahami konsep matematika sehingga pembelajaran menjadi bermakna. Guru juga diharapkan dapat mengembangkan metode dan pendekatan pembelajaran yang menekankan pada pelajar Pancasila. Profil Pelajar Pancasila adalah perwujudan siswa sebagai pembelajar sepanjang hayat yang memiliki kompetensi global dan berperilaku sesuai dengan nilai-nilai Pancasila, dengan enam ciri utama yaitu:

1. Beriman, bertakwa kepada Tuhan YME, dan berakhlak mulia. Pelajar Indonesia yang berakhlak mulia adalah pelajar yang berakhlak dalam hubungannya dengan Tuhan Yang Maha Esa. Pelajar Pancasila memahami ajaran agama dan kepercayaannya serta menerapkan pemahaman tersebut dalam kehidupan sehari-

hari. Elemen kunci beriman, bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, dan berakhlak mulia adalah akhlak beragama, akhlak pribadi, akhlak kepada manusia, akhlak kepada alam, dan akhlak bernegara.

2. Berkebinekaan global, Pelajar Indonesia mempertahankan kebudayaan luhur, lokalitas, dan identitasnya, dan tetap berpikiran terbuka dalam berinteraksi dengan budaya lain. Perilaku pelajar Pancasila ini menumbuhkan rasa saling menghargai dan memungkinkan terbentuknya budaya baru yang positif dan tidak bertentangan dengan budaya luhur bangsa.

   Elemen kunci berkebinekaan global adalah mengenal dan menghargai budaya, kemampuan komunikasi interkultural dalam berinteraksi dengan sesama, dan refleksi dan tanggung jawab terhadap pengalaman kebinekaan.

3. Bergotong royong. Pelajar Indonesia memiliki kemampuan gotong royong, yaitu kemampuan pelajar Pancasila untuk melakukan kegiatan secara bersama-sama dengan suka rela agar kegiatan yang dikerjakan dapat berjalan lancar, mudah dan ringan. Elemen kunci gotong royong adalah kolaborasi, kepedulian, dan berbagi.
4. Mandiri. Pelajar Indonesia adalah pelajar mandiri, yaitu pelajar Pancasila yang bertanggung jawab atas proses dan hasil belajarnya. Elemen kunci mandiri adalah kesadaran akan diri dan situasi yang dihadapi dan regulasi diri.
5. Bernalar kritis. Pelajar yang bernalar kritis adalah pelajar Pancasila yang mampu secara objektif memproses informasi baik kualitatif maupun kuantitatif, membangun keterkaitan antara berbagai informasi, menganalisis informasi, mengevaluasi, dan menyimpulkannya. Elemen kunci bernalar kritis adalah memperoleh dan memproses informasi dan gagasan, menganalisis dan mengevaluasi penalaran, merefleksi pemikiran dan proses berpikir, dan mengambil keputusan.
6. Kreatif. Pelajar yang kreatif adalah pelajar Pancasila yang mampu memodifikasi dan menghasilkan sesuatu yang orisinal, bermakna, bermanfaat, dan berdampak. Elemen kunci kreatif adalah menghasilkan gagasan yang orisinal dan menghasilkan karya serta tindakan yang orisinal.

B. Capaian Pembelajaran

Matematika merupakan ilmu atau pengetahuan tentang belajar atau berpikir logis yang sangat dibutuhkan manusia untuk hidup yang mendasari perkembangan teknologi modern. Matematika mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin ilmu dan memajukan daya pikir manusia. Matematika dipandang sebagai materi pembelajaran yang harus dipahami sekaligus sebagai alat konseptual untuk mengonstruksi dan merekonstruksi materi tersebut, mengasah, dan melatih kecakapan berpikir yang dibutuhkan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan. Belajar matematika dapat meningkatkan kemampuan peserta didik dalam berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif. Kompetensi tersebut diperlukan agar pembelajar memiliki kemampuan memperoleh, mengelola, dan memanfaatkan informasi untuk bertahan hidup pada keadaan yang selalu berubah, penuh dengan ketidakpastian, dan bersifat kompetitif.

Mata Pelajaran Matematika membekali peserta didik tentang cara berpikir, bernalar, dan berlogika melalui aktivitas mental tertentu yang membentuk alur berpikir berkesinambungan dan berujung pada pembentukan alur pemahaman terhadap materi pembelajaran matematika berupa fakta, konsep, prinsip, operasi, relasi, masalah, dan solusi matematis tertentu yang bersifat formal-universal. Proses mental tersebut dapat memperkuat disposisi peserta didik untuk merasakan makna dan manfaat matematika dan belajar matematika serta nilai-nilai moral dalam belajar Mata Pelajaran Matematika, meliputi kebebasan, kemahiran, penaksiran, keakuratan, kesistematisan, kerasionalan, kesabaran, kemandirian, kedisiplinan, ketekunan, ketangguhan, kepercayaan diri, keterbukaan pikiran, dan kreativitas. Dengan demikian relevansinya dengan profil pelajar Pancasila, Mata Pelajaran Matematika ditujukan untuk mengembangkan kemandirian, kemampuan bernalar kritis, dan kreativitas peserta didik. Adapun materi pembelajaran pada Mata Pelajaran Matematika di setiap jenjang pendidikan dikemas melalui bidang kajian Bilangan, Aljabar, Pengukuran, Geometri, Analisis Data dan Peluang.

1. Tujuan Mata Pelajaran Matematika

Mata Pelajaran Matematika bertujuan untuk membekali peserta didik agar dapat:

1. memahami materi pembelajaran matematika berupa fakta, konsep, prinsip, operasi, dan relasi matematis dan mengaplikasikannya secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah matematis (pemahaman matematis),
2. menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematis dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika (penalaran dan pembuktian matematis),
3. memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematis, menyelesaikan model atau menafsirkan solusi yang diperoleh (pemecahan masalah matematis).
4. mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah, serta menyajikan suatu situasi kedalam simbol atau model matematis (komunikasi dan representasi matematis),
5. mengaitkan materi pembelajaran matematika berupa fakta, konsep, prinsip, operasi, dan relasi matematis pada suatu bidang kajian, lintas bidang kajian, lintas bidang ilmu, dan dengan kehidupan (koneksi matematis), dan
6. memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap kreatif, sabar, mandiri, tekun, terbuka, tangguh, ulet, dan percaya diri dalam pemecahan masalah (disposisi matematis).

2. Karakteristik Mata Pelajaran Matematika

Mata Pelajaran Matematika diorganisasikan dalam lingkup lima elemen konten dan lima elemen kecakapan.

a. Elemen konten dalam Mata Pelajaran Matematika terkait dengan pandangan bahwa matematika sebagai materi pembelajaran (*subject matter*) yang harus dipahami peserta didik.

Elemen	Deskripsi
Bilangan	Bidang kajian Bilangan membahas tentang angka sebagai simbol bilangan, konsep bilangan, operasi hitung bilangan, dan relasi antara berbagai operasi hitung bilangan dalam subelemen representasi visual, sifat urutan, dan operasi
Aljabar	Bidang kajian Aljabar membahas tentang aljabar non-formal dalam bentuk simbol gambar sampai dengan aljabar formal dalam bentuk simbol huruf yang mewakili bilangan tertentu dalam subelemen persamaan dan pertidaksamaan, relasi dan pola bilangan, serta rasio dan proporsi.
Pengukuran	Bidang kajian Pengukuran membahas tentang besaran-besaran pengukuran, cara mengukur besaran tertentu, dan membuktikan prinsip atau teorema terkait besaran tertentu dalam subelemen pengukuran besaran geometris dan non-geometris.
Geometri	Bidang kajian Geometri membahas tentang berbagai bentuk bangun datar dan bangun ruang baik dalam kajian Euclides maupun Non-Euclides serta ciri-cirinya dalam subelemen geometri datar dan geometri ruang.
Analisis Data dan Peluang	Bidang kajian Analisis Data dan Peluang membahas tentang pengertian data, jenis-jenis data, pengolahan data dalam berbagai bentuk representasi, dan analisis data kuantitatif terkait pemusatan dan penyebaran data serta peluang munculnya suatu data atau kejadian tertentu dalam subelemen data dan representasinya, serta ketidakpastian dan peluang.

b. Elemen kecakapan dalam mata pelajaran Matematika terkait dengan pandangan bahwa matematika sebagai alat konseptual untuk mengonstruksi dan merekonstruksi materi pembelajaran matematika berupa aktivitas mental yang membentuk alur berpikir dan alur pemahaman yang dapat mengembangkan kecakapan-kecakapan.

Elemen	Deskripsi
Pemahaman Matematis	Pemahaman matematis terkait erat dengan pembentukan alur pemahaman terhadap materi pembelajaran matematika berupa fakta, konsep, prinsip, operasi, dan relasi yang bersifat formal-universal, dengan cara mengingat, menjelaskan, dan menerapkannya secara rutin dalam kasus sederhana.
Penalaran dan Pembuktian Matematis	Penalaran terkait erat dengan pembentukan alur berpikir dalam mengonstruksi dan merekonstruksi materi pembelajaran matematika berupa fakta, konsep, prinsip, operasi, dan relasi dengan cara menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dan menyusun konjektur, sedangkan pembuktian matematis terkait erat dengan pembentukan alur pemahaman terhadap materi pembelajaran matematika berupa fakta, konsep, prinsip, operasi, dan relasi yang bersifat formal-universal dengan cara membuktikan kebenaran suatu prinsip, rumus, atau teorema tertentu.
Pemecahan Masalah Matematis	Pemecahan masalah matematis terkait erat dengan pembentukan alur berpikir dalam mengonstruksi dan merekonstruksi materi pembelajaran matematika dan pembentukan alur pemahaman terhadap materi pembelajaran matematika berupa fakta, konsep, prinsip, operasi, dan relasi yang bersifat formal-universal, dengan cara menggunakan berbagai strategi yang efektif untuk menerapkan materi pembelajaran matematika dalam menyelesaikan masalah matematis atau masalah sehari-hari.

Elemen	Deskripsi
Komunikasi dan Representasi Matematis	Komunikasi dan representasi matematis terkait erat dengan pembentukan alur pemahaman terhadap materi pembelajaran matematika berupa fakta, konsep, prinsip, operasi, dan relasi yang bersifat formal-universal dengan cara mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah, serta menyajikan suatu situasi kedalam simbol atau model matematis.
Koneksi Matematis	Koneksi matematis terkait erat dengan pembentukan alur pemahaman terhadap materi pembelajaran matematika berupa fakta, konsep, prinsip, operasi, dan relasi yang bersifat formal-universal dengan cara mengaitkan antarmateri pembelajaran matematika pada suatu bidang kajian, lintas bidang kajian, lintas bidang ilmu, dan dengan kehidupan.

c. Capaian Pembelajaran Matematika fase D (Umumnya untuk kelas VII, VIII, dan IX SMP/MTs/Paket B)

Pada akhir fase D, peserta didik dapat menyelesaikan masalah kontekstual peserta didik dengan menggunakan konsep-konsep dan keterampilan matematika yang dipelajari pada fase ini. Mereka mampu mengoperasikan secara efisien bilangan bulat, bilangan rasional dan irasional, bilangan desimal, bilangan berpangkat bulat dan akar, bilangan dalam notasi ilmiah; melakukan pemfaktoran bilangan prima, menggunakan faktor skala, proporsi dan laju perubahan. Mereka dapat menyajikan dan menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel dan sistem persamaan linier dengan dua variabel dengan beberapa cara, memahami dan menyajikan relasi dan fungsi. Mereka dapat menentukan luas permukaan dan volume bangun ruang (prisma, tabung, bola, limas dan kerucut) untuk menyelesaikan masalah yang terkait, menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional dari bangun datar dan bangun ruang terhadap ukuran panjang, luas, dan/atau volume. Mereka dapat membuat jaring-jaring bangun ruang (prisma, tabung, limas dan kerucut) dan membuat bangun

ruang tersebut dari jaring-jaringnya. Mereka dapat menggunakan sifat-sifat hubungan sudut terkait dengan garis transversal, sifat kongruen dan kesebangunan pada segitiga dan segiempat. Mereka dapat menunjukkan kebenaran teorema Pythagoras dan menggunakannya. Mereka dapat melakukan transformasi geometri tunggal di bidang koordinat Kartesius. Mereka dapat membuat dan menginterpretasi diagram batang dan diagram lingkaran. Mereka dapat mengambil sampel yang mewakili suatu populasi, menggunakan mean, median, modus, range untuk menyelesaikan masalah; dan menginvestigasi dampak perubahan data terhadap pengukuran pusat. Mereka dapat menjelaskan dan menggunakan pengertian peluang, frekuensi relatif dan frekuensi harapan satu kejadian pada suatu percobaan sederhana.

Capaian Pembelajaran Fase D Berdasarkan Elemen

Elemen	Capaian Pembelajaran
Bilangan	Di akhir fase D, peserta didik dapat membaca, menulis, dan membandingkan bilangan bulat, bilangan rasional dan irasional, bilangan desimal, bilangan berpangkat bulat dan akar, bilangan dalam notasi ilmiah. Mereka dapat menerapkan operasi aritmetika pada bilangan riil, dan memberikan estimasi/perkiraan dalam menyelesaikan masalah (termasuk berkaitan dengan literasi finansial). Peserta didik dapat menggunakan faktorisasi prima dan pengertian rasio (skala, proporsi, dan laju perubahan) dalam penyelesaian masalah.
Aljabar	Di akhir fase D peserta didik dapat mengenali, memprediksi dan menggeneralisasi pola dalam bentuk susunan benda dan bilangan. Mereka dapat menyatakan suatu situasi ke dalam bentuk aljabar. Mereka dapat menggunakan sifat-sifat operasi (komutatif, asosiatif, dan distributif) untuk menghasilkan bentuk aljabar yang ekuivalen.

Elemen	Capaian Pembelajaran
	Peserta didik dapat memahami relasi dan fungsi (domain, kodomain, range) dan menyajikannya dalam bentuk diagram panah, tabel, himpunan pasangan berurutan, dan grafik. Mereka dapat membedakan beberapa fungsi nonlinier dari fungsi linier secara grafik. Mereka dapat menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel. Mereka dapat menyajikan, menganalisis, dan menyelesaikan masalah dengan menggunakan relasi, fungsi dan persamaan linier. Mereka dapat menyelesaikan sistem persaman linier dua variabel melalui beberapa cara untuk penyelesaian masalah.
Pengukuran	Di akhir fase D peserta didik dapat menjelaskan cara untuk menentukan luas lingkaran dan menyelesaikan masalah yang terkait. Mereka dapat menjelaskan cara untuk menentukan luas permukaan dan volume bangun ruang (prisma, tabung, bola, limas dan kerucut) dan menyelesaikan masalah yang terkait. Mereka dapat menjelaskan pengaruh perubahan secara proporsional dari bangun datar dan bangun ruang terhadap ukuran panjang, besar sudut, luas, dan/atau volume.
Geometri	Di akhir fase D peserta didik dapat membuat jaring-jaring bangun ruang (prisma, tabung, limas dan kerucut) dan membuat bangun ruang tersebut dari jaring-jaringnya. Peserta didik dapat menggunakan hubungan antar-sudut yang terbentuk oleh dua garis yang berpotongan, dan oleh dua garis sejajar yang dipotong sebuah garis transversal untuk menyelesaikan masalah (termasuk menentukan jumlah besar sudut dalam sebuah segitiga, menentukan besar sudut yang belum diketahui pada sebuah segitiga).

Elemen	Capaian Pembelajaran
	Mereka dapat menjelaskan sifat-sifat kekongruenan dan kesebangunan pada segitiga dan segiempat, dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah. Mereka dapat menunjukkan kebenaran teorema Pythagoras dan menggunakannya dalam menyelesaikan masalah (termasuk jarak antara dua titik pada bidang koordinat Kartesius). Peserta didik dapat melakukan transformasi tunggal (refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi) titik, garis, dan bangun datar pada bidang koordinat Kartesius dan menggunakannya untuk menyelesaikan masalah.
Analisa Data dan Peluang	Di akhir fase D, peserta didik dapat merumuskan pertanyaan, mengumpulkan, menyajikan, dan menganalisis data untuk menjawab pertanyaan. Mereka dapat menggunakan diagram batang dan diagram lingkaran untuk menyajikan dan menginterpretasi data. Mereka dapat mengambil sampel yang mewakili suatu populasi untuk mendapatkan data yang terkait dengan mereka dan lingkungan mereka. Mereka dapat menentukan dan menafsirkan rerata (*mean*), median, modus, dan jangkauan (*range*) dari data tersebut untuk menyelesaikan masalah (termasuk membandingkan suatu data terhadap kelompoknya, membandingkan dua kelompok data, memprediksi, membuat keputusan). Mereka dapat menginvestigasi kemungkinan adanya perubahan pengukuran pusat tersebut akibat perubahan data. Peserta didik dapat menjelaskan dan menggunakan pengertian peluang dan frekuensi relatif untuk menentukan frekuensi harapan satu kejadian pada suatu percobaan sederhana (semua hasil percobaan dapat muncul secara merata).

Capaian Pembelajaran Kelas VIII

Elemen	Capaian Pembelajaran
Bilangan	Pada akhir kelas VIII, peserta didik dapat membaca, menulis, dan membandingkan bilangan berpangkat bulat dan akar, bilangan dalam notasi ilmiah. Mereka dapat menerapkan operasi aritmetika pada bilangan riil, dan memberikan estimasi/perkiraan dalam menyelesaikan masalah (termasuk berkaitan dengan literasi finansial).
Aljabar	Pada akhir keas VIII, peserta didik dapat memahami relasi dan fungsi (domain, kodomain, range) dan menyajikannya dalam bentuk diagram panah, tabel, himpunan pasangan berurutan, dan grafik. Mereka dapat membedakan beberapa fungsi nonlinier dari fungsi linier secara grafik. Mereka dapat menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel. Mereka dapat menyajikan, menganalisis, dan menyelesaikan masalah dengan menggunakan relasi, fungsi dan persamaan linier. Mereka dapat menyelesaikan sistem persaman linier dua variabel melalui beberapa cara untuk penyelesaian masalah.
Geometri	Pada akhir kelas VIII, peserta didik dapat menunjukkan kebenaran teorema Pythagoras dan menggunakannya dalam menyelesaikan masalah (termasuk jarak antara dua titik pada bidang koordinat Kartesius).
Analisa Data dan Peluang	Pada akhir kelas VIII, peserta didik dapat menentukan dan menafsirkan rerata (*mean*), median, modus, dan jangkauan (*range*) dari data tersebut untuk menyelesaikan masalah (termasuk membandingkan suatu data terhadap kelompoknya, membandingkan dua kelompok data, memprediksi, membuat keputusan). Mereka dapat menginvestigasi kemungkinan adanya perubahan pengukuran pusat tersebut akibat perubahan data.

Alur Tujuan Pembelajaran Kelas VIII

Unit Pembelajaran 8.1: Bilangan Berpangkat

Tujuan Pembelajaran	JP
• Mengenal bilangan berpangkat positif, berpangkat negatif, dan berpangkat nol • Menentukan hasil dari operasi hitung penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian dan perpangkatan bilangan berpangkat • Menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan operasi bilangan berpangkat	8 JP
• Mengenal bilangan bentuk akar • Merubah bilangan pangkat pecahan(pembilang satu) menjadi bentuk akar • Menentukan hasil operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian bilangan bentuk akar • Merasionalkan penyebut bilangan bentuk akar • Menyelesaikan permasalahan kontekstual operasi bilangan bentuk akar	6 JP
• Mengenal bilangan dalam bentuk baku • Merubah bilangan biasa dalam bentuk baku dan sebaliknya • Menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan bilangan bentuk baku	4 JP

Unit Pembelajaran 8.2: Teorema Pythagoras

Tujuan Pembelajaran	JP
• Menganalisis beberapa informasi untuk membuktikan teorema Pythagoras • Membuat pembuktian berupa skema atau prosedur terhadap rumus teorema Pythagoras	4 JP
• Menghitung hipotenusa dan sisi segitiga siku-siku lainnya dengan teorema Pythagoras • Menentukan tripel Pythagoras	6 JP
• Menentukan panjang sisi segitiga menggunakan teorema Pythagoras • Membandingkan sisi pada segitiga siku-siku istimewa	4 JP
• Menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari mengenai penerapan teorema Pythagoras • Menerapkan teorema Pythagoras untuk mencari jarak dari antara dua titik pada bidang koordinat kartesius	6 JP

Unit Pembelajaran 8.3: Persamaan dan Pertidaksamaan Linier Satu Variabel

Tujuan Pembelajaran	JP
• Menentukan nilai kebenaran dari suatu pernyataan • Membuat simulasi pemodelan dari suatu pernyataan terbuka dan tertutup	2 JP
• Mengubah masalah yang berkaitan dengan persamaan linier satu variabel menjadi model matematika • Menerapkan aturan penjumlahan dan pengurangan untuk menyelesaikan permasalahan persamaan linier satu variabel	2 JP

Tujuan Pembelajaran	JP
• Mengubah masalah yang berkaitan dengan persamaan linier satu variabel menjadi model matematika • Menerapkan aturan perkalian dan pembagian untuk menyelesaikan permasalahan persamaan linier satu variabel	6 JP
• Menemukan konsep pertidaksamaan linier satu variabel • Membuat pemodelan dari permasalahan sehari-hari terkait pertidaksamaan linier satu variabel ke dalam model matematika	4 JP
• Mengubah masalah yang berkaitan dengan pertidaksamaan linier satu variabel menjadi model matematika • Menerapkan operasi matematika untuk menyelesaikan permasalahan pertidaksamaan linier satu variabel	6 JP

Unit Pembelajaran 8.4: Relasi dan Fungsi

Tujuan Pembelajaran	JP
• Memahami konsep relasi dan fungsi • Menjelaskan contoh kegiatan sehari-hari yang berkaitan dengan relasi dan fungsi • Menjelaskan contoh himpunan • Menjelaskan beberapa relasi yang terjadi diantara dua himpunan	6 JP

Tujuan Pembelajaran	JP
• Memahami konsep relasi dan fungsi • Menjelaskan contoh kegiatan sehari-hari yang berkaitan dengan relasi dan fungsi • Menjelaskan macam-macam fungsi berdasarkan ciri-cirinya • Menjelaskan nilai fungsi dan grafik fungsi pada koordinat kartesius • Menyajikan hasil penyelesaian terkait relasi dan fungsi	8 JP
• Menjelaskan macam-macam korespondensi satu-satu berdasarkan ciri-cirinya • Menyajikan hasil penyelesaian terkait relasi dan fungsi	4 JP

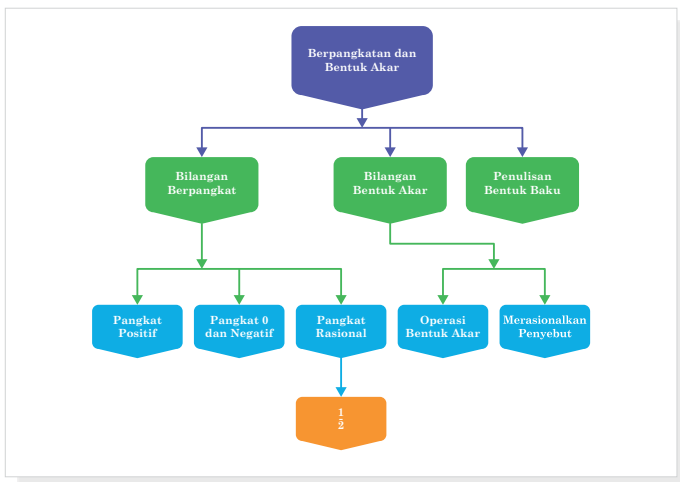
Unit Pembelajaran 8.5: Persamaan Garis Lurus

Tujuan Pembelajaran	JP
• Memahami bentuk persamaan linier • Menjelaskan koordinat kartesius • Menggambar persamaan linier pada koordinat kartesius	8 JP
• Memahami konsep gradien • Menyelesaikan permasalahan dengan konsep gradien	6 JP
• Menentukan persamaan linier • Memahami konsep bentuk persamaan garis lurus • Menggambarkan bentuk lain persamaan garis lurus • Menentukan penyelesaian dari suatu persamaan linier	10 JP

Unit Pembelajaran 8.6: Statistika

Tujuan Pembelajaran	JP
• Menentukan pemusatan data dengan Modus • Menentukan pemusatan data dengan Median • Menentukan pemusatan data dengan rata-rata • Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan pemusatan data	8 JP
• Menetukan jangkauan dari suatu data • Menetukan kuartil dari suatu data • Menentuka n simpangan kuartil dari suatu data • Menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan penyebaran data	6 JP

C. Penjelasan Bagian-Bagian Buku Siswa

Peta Konsep

Peta konsep akan memberikan gambaran Bab secara umum, yang merupakan diagram yang menggambarkan hubungan yang bermakna antar konsep yang ada dalam bab tersebut. Dengan adanya peta konsep ini diharapkan guru memiliki gambaran utuh tentang hubungan konsep yang ada, sehingga membantu guru dalam memilih strategi pembelajaran ynag tepat dan bermakna.

Ayo Bereksplorasi

Dalam kegiatan Ayo Bereksplorasi ini siswa diharapkan aktif dalam mencari informasi suatu pengetahuan atau konsep, teknik baru, metode dan rumus baru, atau menyelidiki pola hubungan antarunsur konsep antarbab, sambil berusaha memahaminya. Inti kegiatan eksplorasi adalah pelibatan siswa dalam menelaah sesuatu hal baru yang ada di Buku Siswa dengan bimbingan guru. Pengetahuan tersebut bisa jadi berhubungan dengan materi pelajaran sebelumnya maupun yang benar-benar baru bagi siswa.

Ayo Berpikir Kritis

Ayo Berpikir Kritis

Dalam kegiatan Ayo Berpikir Kritis siswa diajak mencari tahu untuk memahami konsep atau pengetahuan baru melalui penemuan terbimbing sehingga mereka yakin betul bahwa apa yang mereka dapatkan adalah benar-benar pengetahuan. Salah satu ciri dari siswa yang mampu berpikir kritis adalah mereka tidak mudah percaya terhadap informasi yang diterimanya sebelum melakukan proses berpikir yang mendalam. Kegiatan ini perlu dilatih terus-menerus agar siswa memiliki kemampuan berpikir kritis yang terlatih untuk membangun pengetahuannya.

Ayo Berpikir Kreatif

Ayo Berpikir Kreatif

Dalam kegiatan Ayo Berpikir Kreatif siswa diminta untuk mencari, membuat ide, atau alternatif jawaban atau solusi dari permasalahan yang ada sebanyak-banyaknya. Guru diharapkan memberikan ruang yang terbuka dengan memberi kesempatan siswa untuk berpikir dengan berbagai macam ide yang muncul dari siswa.

Ayo Mencoba

Ayo Mencoba

Dalam kegiatan Ayo Mencoba siswa diminta untuk mengerjakan soal latihan, baik secara individu maupun kelompok. Hal ini penting sekali bagi siswa untuk menguji kemampuan siswa dalam mengaplikasikan pengetahuan yang diperoleh dalam menyelesaikan permasalahan.

Penguatan Karakter

Dalam kegiatan Penguatan Karakter, diharapkan kegiatan pembelajaran dapat dikaitkan dengan profil pelajar Pancasila. Guru harus mencari ide-ide yang dapat mengaitkan semua aspek pembelajaran dalam menanamkan nilai-nilai karakter dalam kehidupan sehari-hari.

Ayo Berkomunikasi

Dalam kegiatan Ayo Berkomunikasi, diharapkan guru dapat memilih berbagai model diskusi yang sesuai agar siswa terlatih untuk bertukar pikiran, gagasan, ide, yang bermanfaat dalam membangun dan memperdalam pengetahuan siswa dalam rangka menyelesaikan permasalahan atau menjawab pertanyaan.

Petunjuk

Dalam kegiatan Petunjuk, guru memberi petunjuk dan langkah-langkah untuk memancing siswa dalam pemecahan masalah. Bentuk dari kegiatan ini ada banyak variasi tergantung pada kebutuhan dan jenis permasalahan yang ada.

Tahukah Kalian?

Tahukah Kalian?

Dalam kegiatan Tahukah Kalian, siswa mendapat informasi yang berkaitan dengan materi yang sedang dipelajari yang merupakan manfaat matematika dalam kehidupan manusia dalam sejarah kehidupan agar pengetahuan siswa semakin kuat dan terbangun semangat untuk senang bermatematika.

Ayo Berefleksi

Ayo Berefleksi

Dalam kegiatan Ayo Berefleksi, siswa diajak untuk melihat dan mengingat kembali semua materi yang telah mereka pelajari. Bentuk kegiatan ini dapat berupa membandingkan pengetahuan yang sudah didapatkan dan diaplikasikan untuk menyelesaikan soal.

Ayo Mengingat

Ayo Mengingat Kembali

Kembali Dalam kegiatan Ayo Mengingat Kembali, siswa diajak untuk mengingat pengetahuan sebelumnya yang menjadi prasyarat untuk mempelajari materi saat ini, yang berupa hubungan antara konsep yang satu dengan konsep yang lainnya.

Ayo Bekerja Sama

Dalam kegiatan Ayo Bekerja Sama, siswa saling bertukar pikiran dan gagasan untuk menyelesaikan permasalahan atau menyelesaikan soal. Permasalahan akan dapat diselesaikan jika ada kerja sama yang baik antara siswa satu dengan lainnya sehingga pengetahuan menjadi utuh. Kegiatan ini juga untuk mendorong nilai karakter saling memahami dan menghargai antara siswa satu dengan lainnya.

Ayo Menggunakan Teknologi

Dalam kegiatan Ayo Menggunakan Teknologi, siswa diajak menggunakan berbagai macam bentuk teknologi baik dalam bentuk perangkat keras seperti kalkulator maupun perangkat lunak berupa aplikasi matematika (FX Draw, Geogebra, Desmmos, dll) agar dapat membantu siswa dalam menyelesaikan permasalahan yang ada.

Contoh Soal

Contoh 1.6

Sebuah Amuba memiliki diameter 5^{-3} cm , berapa cm diameter Amuba dalam bentuk desimal?

Alternatif jawaban:

diameter amuba adalah 5^{-3} cm,

artinya $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{125} = 0,008$

Jadi panjang amuba dalam bentuk desimal adalah 0,008 m.

Dalam Contoh Soal, diberikan soal beserta alternatif penyelesaiannya yang dapat membantu siswa dalam memahami suatu konsep atau prosedur yang terkait dengan materi yang sedang dipelajari.

Latihan

Soal Latihan 1.3

1. Tulislah bilangan berikut dalam bentuk biasa
   a. $2,5 \times 10^{8}$
   b. $4,58 \times 10^{10}$
   c. $9,0387 \times 10^{-8}$
   d. $2,0007 \times 10^{-4}$
   e. $1,56004 \times 10^{-1}$
2. Tulislah bilangan berikut dalam bentuk baku
   a. 34.000.000.000
   b. 890000000000
   c. 0,00000000783
   d. 0,000000392
   e. 0,0303929
3. Sederhanakan bentuk berikut
   a. $(2 \times 10^{6}) \times (8 \times 10^{4})$
   b. $(8 \times 10^{10}) : (1,2 \times 10^{-5})$
   c. $\frac{(1,5 \times 10^{3}) \times (8 \times 10^{3})}{(2 \times 10^{3})}$
4. Satu karung berisi beras memiliki berat 50 *kg*. Jika diasumsikan berat tiap-tiap butir beras adalah sama, yaitu 5×10^{-3} gram.

Dalam Latihan dibagi menjadi tiga kategori, yaitu soal dasar, soal menengah, dan soal tingkat tinggi. Pertanyaan pada tingkat dasar berupa jawaban pendek untuk menguji pemahaman konsep materi dasar. Tingkat menengah dalam bentuk aplikasi soal yang terstruktur, sedangkan tingkat tinggi berupa permasalahan dan keterampilan tingkat tinggi..

Refleksi

Refleksi

Setelah kalian mempelajari Bab ini, sekarang coba lakukan refleksi apakah kalian

1. Dapat memahami sifat-sifat bilangan berpangkat
2. Dapat menyelesaikan operasi bilangan berpangkat
3. Dapat menyelesaikan operasi bilangan bentuk akar
4. Dapat merasionalkan penyebut bentuk akar
5. Dapat menulis bilangan dalam Bentuk Baku

Pada akhir bab atau subbab, kalian akan diajak memikirkan kembali apa yang sudah dipelajari dan seberapa dalam/tepat pemahaman kalian atas pembelajaran pada bagian tersebut.

Uji Kompetensi

Uji Kompetensi Bab 1

1. Tulislah dalam bentuk pangkat yang paling sederhana

   a. $\frac{20}{625}$ c. $\frac{128}{729}$

   b. $\frac{75}{243}$ d. $\frac{3125}{1296}$

2. Sederhanakan bentuk perpangkatan berikut

   a. $\frac{0,5^{9} \times 0,5^{-2}}{0,5^{5}}$ c. $\frac{27^{6}}{81^{3}} + \frac{64^{4}}{4^{3}}$

   b. $\frac{(-6)^{9} \times (-6)^{4}}{(-6)^{-5}}$ d. $\frac{243^{2} + 27^{3}}{3^{6}}$

Uji Kompetensi ini ada di setiap akhir bab, yang merupakan alat ukur bagi siswa untuk menguji tingkat ketercapaian siswa dalam memahami materi dalam bab tersebut. Siswa dapat mengerjakan sejumlah soal yang bervariasi dari yang sederhana hingga yang kompleks.

Pengayaan/Proyek

Pengayaan

1. $\frac{2^{2023} \times 2^{2024} \times 2^{2025}}{32} = 2^{a}$ Tentukan nilai dari a
2. Perhatikan tabel berikut

Jenis Truk	Kapasitas angkut(kg)
Tronton Wingbox	$1,8 \times 10^{4}$
Tronton	$1,5 \times 10^{4}$
Fuso Berat	8×10^{4}
Fuso Ringan	5×10^{4}
Doble Engkel	4×10^{4}

Pengayaan/Projek untuk memperluas atau memperdalam pemahaman siswa terhadap konsep dan prosedur matematika dan aplikasinya dalam kehidupan sehari-hari terutama dalam bidang teknologi.

D. Strategi Umum Pembelajaran

Strategi pembelajaran yang dirancang di Buku Siswa banyak mengarah ke pendekataan penemuan Terbimbing. Siswa diberi kesempatan seluas-luasnya untuk melakukan eksplorasi dengan bimbingan guru yang mengarah pada menemukan konsep dan membangun pemahaman yang menjadi tujuan dalam pembelajaran. Namun guru juga boleh melakukan pendekatan lain yang sesuai dengan kondisi dan karakteristik siswa dalam membangun pemahaman dan menemukan konsep yang sesuai. Sebelum masuk ke materi pelajaran, guru dapat mengecek pengetahuan siswa yang menjadi dasar dalam mempelajari materi yang akan dibahas. Guru dapat memulai pelajaran dengan memberitahukan tujuan dan alasan mempelajari materi, memberikan kesempatan kepada siswa untuk melakukan eksplorasi secara individu maupun kelompok dengan bimbingan dan petunjuk dari guru untuk mengarahkan proses berfikir siswa dalam rangka menemukan konsep dan pemahaman konsep ynag mendalam. Pada pembelajaran tentang konsep dan prosedur, guru dapat memberikan latihan terbimbing untuk dikerjakan siswa. Latihan ini dapat dilakukan dengan individi maupun kelompok. Pembelajaran dapat berjalan dengan baik, jika motivasi siswa dalam mengikuti pelajaran juga baik. Oleh karena itu guru harus pandai-pandai dalam meningkatkan motivasi siswa dalam mengikuti pembelajaran, meskipun hal ini tidak mudah bagi guru. Beberapa cara untuk meningkatkan motivasi belajar siswa antara lain, usahakan tujuan pembelajaran dijelaskan dengan semenarik mungkin dan kontekstual, mempelihatkan antusias dalam mengajar dan dikaitkan dengan manfaat dalam kehidupan sehari-hari, mengupayakan sebanyak mungkin agar siswa terlibat dalam pembelajaran, memberi pujian dalam berbagai bentuk keberhasilan siswa dan menghargai pekerjaan siswa yang telah dilakukan.

Beberapa alternatif model pembelajaran yang dapat diterapkan antara lain.

1. Pembelajaran Berbasis Penemuan (*Discovery Learning*)

Discovery mempunyai prinsip yang sama dengan inkuiri (*inquiry*) dan *Problem Solving*. Tidak ada perbedaan yang prinsipil pada ketiga istilah ini, pada *Discovery Learning* lebih menekankan pada ditemukannya konsep atau prinsip yang sebelumnya tidak diketahui, masalah yang diperhadapkan kepada siswa semacam masalah yang direkayasa oleh guru. Sedangkan pada inkuiri masalahnya bukan hasil rekayasa, sehingga siswa harus mengerahkan seluruh pikiran dan keterampilannya untuk mendapatkan temuan-temuan di dalam masalah itu melalui proses penelitian, sedangkan *Problem Solving* lebih memberi tekanan pada kemampuan menyelesaikan masalah. Pada *Discovery Learning* materi yang akan disampaikan tidak disampaikan dalam bentuk final akan tetapi siswa didorong untuk mengidentifikasi apa yang ingin diketahui dilanjutkan dengan mencari informasi sendiri kemudian mengorgansasi atau membentuk (konstruktif) apa yang mereka ketahui dan mereka pahami dalam suatu bentuk akhir.

Penggunaan Discovery Learning, ingin merubah kondisi belajar yang pasif menjadi aktif dan kreatif. Mengubah pembelajaran yang *teacher oriented* ke *student oriented*. Merubah modus Ekspository siswa hanya menerima informasi secara keseluruhan dari guru ke modus Discovery siswa menemukan informasi sendiri.

Dalam *Discovery Learning* bahan ajar tidak disajikan dalam bentuk akhir, siswa dituntut untuk melakukan berbagai kegiatan menghimpun informasi, membandingkan, mengkategorikan, menganalisis, mengintegrasikan, mereorganisasikan bahan serta membuat kesimpulan-kesimpulan. Bruner mengatakan bahwa proses belajar akan berjalan dengan baik dan kreatif jika guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk menemukan suatu konsep, teori, aturan, atau pemahaman melalui contoh-contoh yang ia jumpai dalam kehidupannya (Budiningsih, 2005:41). Pada akhirnya yang menjadi tujuan dalam *Discovery Learning* menurut Bruner adalah hendaklah guru memberikan kesempatan kepada siswanya untuk menjadi seorang *problem solver*, seorang *scientist*, *historian*, atau ahli matematika. Dan

melalui kegiatan tersebut siswa akan menguasainya, menerapkan, serta menemukan hal-hal yang bermanfaat bagi dirinya.

Langkah-langkah *Discovery Learning* menurut Syah (2004) adalah sebagai berikut

a. *Stimulation* (stimulasi/pemberian rangsangan)

   Pertama-tama pada tahap ini pelajar dihadapkan pada sesuatu yang menimbulkan kebingungannya dan timbul keinginan untuk menyelidiki sendiri. Guru dapat memulai kegiatan pembelajaran dengan mengajukan pertanyaan, anjuran membaca buku, dan aktivitas belajar lainnya yang mengarah pada persiapan pemecahan masalah. Stimulasi pada tahap ini berfungsi untuk menyediakan kondisi interaksi belajar yang dapat mengembangkan dan membantu siswa dalam mengeksplorasi bahan. Dengan demikian seorang Guru harus menguasai teknik-teknik dalam memberi stimulus kepada siswa agar tujuan mengaktifkan siswa untuk mengeksplorasi dapat tercapai.

b. *Problem statemen*t (pernyataan/ identifikasi masalah)

   Setelah dilakukan stimulation guru memberi kesempatan kepada siswa untuk mengidentifikasi sebanyak mungkin masalah yang relevan dengan bahan pelajaran, kemudian salah satunya dipilih dan dirumuskan dalam bentuk hipotesis (jawaban sementara atas pertanyaan masalah)

c. *Data collection* (pengumpulan data)

   Pada saat siswa melakukan eksperimen atau eksplorasi, guru memberi kesempatan kepada para siswa untuk mengumpulkan informasi sebanyak-banyaknya yang relevan untuk membuktikan benar atau tidaknya hipotesis. Data dapat diperoleh melalui membaca literatur, mengamati objek, wawancara dengan nara sumber, melakukan uji coba sendiri dan sebagainya.

d. *Data processing* (pengolahan data)

   Menurut Syah (2004 : 244) pengolahan data merupakan kegiatan mengolah data dan informasi yang telah diperoleh para siswa baik melalui wawancara, observasi, dan sebagainya, lalu ditafsirkan.

e. *Verification* (pembuktian)

Pada tahap ini siswa melakukan pemeriksaan secara cermat untuk membuktikan benar atau tidaknya hipotesis yang telah ditetapkan, dihubungkan dengan hasil data processing. Berdasarkan hasil pengolahan dan tafsiran, atau informasi yang ada, pernyataan atau hipotesis yang telah dirumuskan terdahulu itu kemudian dicek, apakah terjawab atau tidak, apakah terbukti atau tidak.

f. *Generalization* (menarik kesimpulan/generalisasi)

Tahap generalisasi/menarik kesimpulan adalah proses menarik sebuah kesimpulan yang dapat dijadikan prinsip umum dan berlaku untuk semua kejadian atau masalah yang sama, dengan memperhatikan hasil verifikasi. Berdasarkan hasil verifikasi maka dirumuskan prinsip-prinsip yang mendasari generalisasi.

2. Model Pembelajaran Berbasis Masalah (Problem Based Learning)

Problem Based Learning (PBL) adalah model pembelajaran yang dirancang agar siswa mendapat pengetahuan penting, yang membuat mereka mahir dalam memecahkan masalah, dan memiliki model belajar sendiri serta memiliki kecakapan berpartisipasi dalam tim. Proses pembelajarannya menggunakan pendekatan yang sistemik untuk memecahkan masalah atau menghadapi tantangan yang nanti diperlukan dalam kehidupan sehari-hari.

Prinsip-prinsip PBL yang harus diperhatikan meliputi konsep dasar, pendefinisian masalah, pembelajaran mandiri, pertukaran pengetahuan dan penilaiannya.

a. Konsep Dasar (*Basic Concept*)

Pada pembelajaran ini guru dapat memberikan konsep dasar, petunjuk, referensi, atau link dan skill yang diperlukan dalam pembelajaran tersebut. Hal ini dimaksudkan agar siswa lebih cepat mendapatkan ‘peta’ yang akurat tentang arah dan tujuan pembelajaran. Konsep yang diberikan tidak perlu detail, diutamakan dalam bentuk garis besar saja, sehingga siswa dapat mengembangkannya secara mandiri secara mendalam.

b. Pendefinisian Masalah (*Defining the Problem*)

Dalam langkah ini guru menyampaikan skenario atau permasalahan dan dalam kelompoknya siswa melakukan berbagai kegiatan. Pertama, *brainstorming* dengan cara semua anggota kelompok mengungkapkan pendapat, ide, dan tanggapan terhadap skenario secara bebas, sehingga dimungkinkan muncul berbagai macam alternatif pendapat. Kedua, melakukan seleksi untuk memilih pendapat yang lebih fokus. ketiga, menentukan permasalahan dan melakukan pembagian tugas dalam kelompok untuk mencari referensi penyelesaian dari isu permasalahan yang didapat. Guru memvalidasi pilihan-pilihan yang diambil siswa yang akhirnya diharapkan memiliki gambaran yang jelas tentang apa saja yang mereka ketahui, apa saja yang mereka tidak ketahui, dan pengetahuan apa saja yang diperlukan untuk menjembataninya.

c. Pembelajaran Mandiri (*Self Learning*)

Setelah mengetahui tugasnya, masing-masing siswa mencari berbagai sumber yang dapat memperjelas isu yang sedang diinvestigasi misalnyadari artikel tertulis di perpustakaan, halaman web, atau bahkan pakar dalam bidang yang relevan. Tujuan utama tahap investigasi, yaitu: (1) agar siswa mencari informasi dan mengembangkan pemahaman yang relevan dengan permasalahan yang telah didiskusikan di kelas, dan (2) informasi dikumpulkan untuk dipresentasikan di kelas, relevan dan dapat dipahami.

d. Pertukaran Pengetahuan (*Exchange knowledge*).

Setelah mendapatkan sumber untuk keperluan pendalaman materi secara mandiri, pada pertemuan berikutnya siswa berdiskusi dalam kelompoknya dapat dibantu guru untuk mengklarifikasi capaiannya dan merumuskan solusi dari permasalahan kelompok. Langkah selanjutnya presentasi hasil dalam kelas dengan mengakomodasi masukan dari pleno, menentukan kesimpulan akhir, dan dokumentasi akhir.

3. Model Pembelajaran Berbasis Projek (Project Based Learning)

Pembelajaran Berbasis Projek atau *Project Based Learning* (PBL) adalah model pembelajaran yang melibatkan siswa dalam suatu kegiatan (projek) yang menghasilkan suatu produk. Siswa yang melakukan semua kegiatan mulai dari merancang, melaksanakan, dan membuat laporan serta menunjukkan hasil produk yang dihasilkan.

Titik tekan model pembelajaran ini adalah proses pembelajaran jangka panjang, siswa terlibat secara langsung untuk menyusun dan menyelesaikan persoalan kehidupan sehari-hari yang melibatkan beberapa disiplin ilmu. Dalam pelaksanaannya, Pembelajaran Berbasis Projek bertitik tolak dari masalah dalam kehidupan sehari-hari sebagai langkah awal sebelum mengumpulkan data dengan mengintegrasikan pengetahuan baru berdasarkan pengalamannya dalam beraktivitas. Pembelajaran model ini dirancang agar siswa dapat mengalami secara langsung dan mendalam permasalahan kehidupan yang kompleks dan melatih daya nalar mereka untuk mengembangkan kemampuannya sebagai wahana pembelajaran dalam memahami permasalahan yang komplek dan melatih serta mengembangkan kemampuan siswa dalam melakukan insvestigasi dan melakukan kajian untuk menemukan solusi permasalahan.

Pembelajaran Berbasis Projek dirancang dalam rangka: (1) Mendorong dan membiasakan siswa untuk menemukan sendiri (*inquiry*), melakukan penelitian/pengkajian, menerapkan keterampilan dalam merencanakan (*planning skills*), berfikir kritis (*critical thinking*), dan penyelesaian masalah (*problem-solving skills*) dalam menuntaskan suatu kegiatan/projek. (2) Mendorong siswa untuk menerapkan pengetahuan, keterampilan, dan sikap tertentu ke dalam berbagai konteks (*a variety of contexts*) dalam menuntaskan kegiatan/projek yang dikerjakan. (3) Memberikan peluang kepada siswa untuk belajar menerapkan *interpersonal skills* dan berkolaborasi dalam suatu tim sebagaimana orang bekerjasama dalam sebuah tim dalam lingkungan kerja atau kehidupan nyata. Adapun langkah-langkah Pembelajaran Berbasis Projek sebagai berikut.

a. Penentuan Pertanyaan Mendasar (*Start With the Essential Question*)

   Pembelajaran dimulai dengan pertanyaan esensial, yaitu pertanyaan yang dapat memberi penugasan siswa dalam melakukan suatu aktivitas. Mengambil topik yang sesuai dengan realitas dunia nyata dan dimulai dengan sebuah investigasi mendalam. Guru berusaha agar topik yang diangkat relevan untuk para siswa.

b. Mendesain Perencanaan Projek (*Design a Plan for the Project*)

   Perencanaan dilakukan secara kolaboratif antara pengajar dan siswa. Dengan demikian siswa diharapkan akan merasa "memiliki" atas projek tersebut. Perencanaan berisi tentang aturan main, pemilihan aktivitas yang dapat mendukung dalam menjawab pertanyaan esensial, dengan cara mengintegrasikan berbagai subjek yang mungkin, serta mengetahui alat dan bahan yang dapat diakses untuk membantu penyelesaian projek.

c. Menyusun Jadwal (*Create a Schedule*)

   Guru dan siswa secara kolaboratif menyusun jadwal aktivitas dalam menyelesaikan projek. Aktivitas pada tahap ini antara lain: (1) membuat timeline untuk menyelesaikan projek, (2) membuat deadline penyelesaian projek, (3) membawa siswa agar merencanakan cara yang baru, (4) membimbing siswa ketika mereka membuat cara yang tidak berhubungan dengan projek, dan (5) meminta siswa untuk membuat penjelasan (alasan) tentang pemilihan suatu cara.

d. Memonitor siswa dan kemajuan projek (*Monitor the Students and the Progress of the Project*)

   Guru bertanggungjawab untuk melakukan monitor terhadap aktivitas siswa selama menyelesaikan projek. Monitoring dilakukan dengan cara menfasilitasi siswa pada setiap roses. Dengan kata lain guru berperan menjadi mentor bagi aktivitas siswa. Agar mempermudah proses monitoring, dibuat sebuah rubrik yang dapat merekam keseluruhan aktivitas yang penting.

e. Menguji Hasil (*Assess the Outcome*)

Penilaian dilakukan untuk membantu guru dalam mengukur ketercapaian standar, berperan dalam mengevaluasi kemajuan masing- masing siswa, memberi umpan balik tentang tingkat pemahaman yang sudah dicapai siswa, membantu guru dalam menyusun strategi pembelajaran berikutnya.

f. Mengevaluasi Pengalaman (*Evaluate the Experience*)

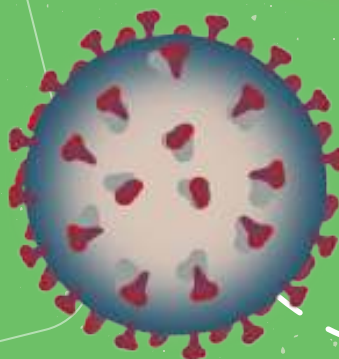
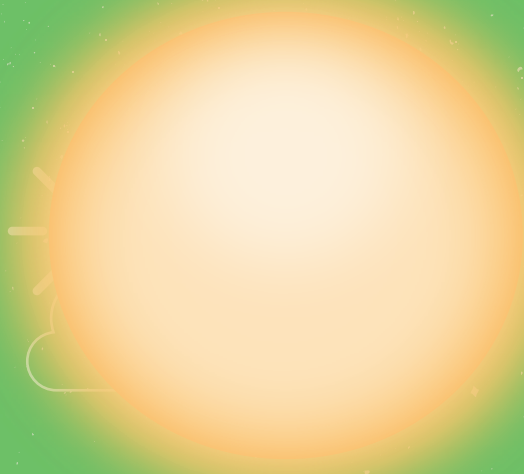
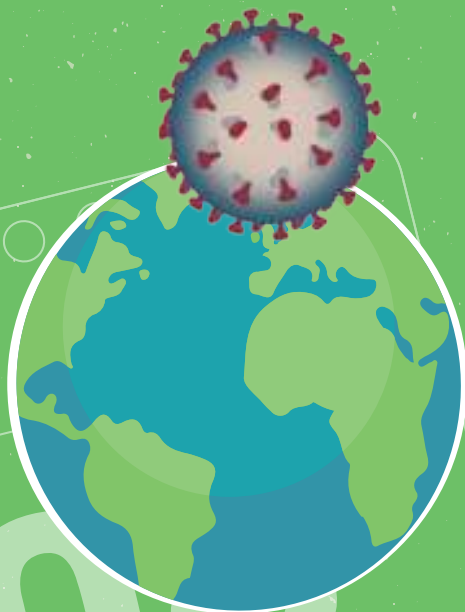
Pada akhir proses pembelajaran, pengajar dan siswa melakukan refleksi terhadap aktivitas dan hasil projek yang sudah dijalankan. Proses refleksi dilakukan baik secara individu maupun kelompok. Pada tahap ini siswa diminta untuk mengungkapkan perasaan dan pengalamannya selama menyelesaikan projek. Guru dan siswa mengembangkan diskusi dalam rangka memperbaiki kinerja selama proses pembelajaran, sehingga pada akhirnya ditemukan suatu temuan baru (*new inquiry*) untuk menjawab permasalahan yang diajukan pada tahap pertama pembelajaran.

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Republik Indonesia, 2022

Buku Panduan Guru Matematika untuk SMP/MTs Kelas VIII

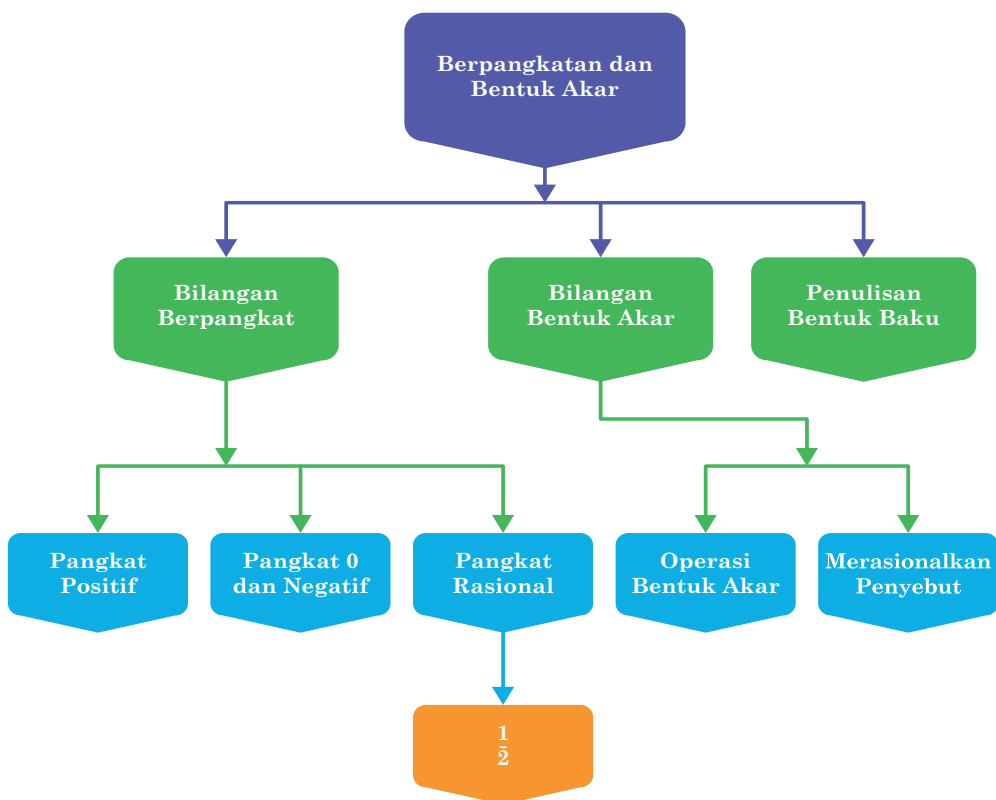
Penulis: Mohammad Tohir, dkk.
ISBN: 978-602-427-902-8 (Jil.2)

Bab 1

BILANGAN BERPANGKAT

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari Bab ini, diharapkan kalian dapat:

√ Memahami bilangan berpangkat
√ Memahami sifat-sifat bilangan berpangkat
√ Menyelesaikan operasi bilangan berpangkat
√ Memahami bilangan bentuk akar
√ Menyelesaikan operasi bilangan bentuk akar
√ Merasionalkan penyebut bentuk akar
√ Menulis bentuk baku bilangan

Peta Konsep

Gambaran Umum Pembelajaran

Dalam Bab ini bertujuan mengembangkan kemampuan siswa untuk memahami dan bernalar materi bilangan berpangkat, operasi bilangan berpangkat, penulisan bentuk baku.

Pada Sub bab A dibahas mengenai pengenalan bilangan berpangkat bulat, termasuk bilangan pecahan berpangkat bulat, sifat-sifat bilangan berpangkat, operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian bilangan berpangkat bilangan berpangkat , makna dari bilangan berpangkat nol dan mengenalkan bilangan berpangkat negatif.

Pada Sub B dibahas tentang Bilangan dalam Bentuk akar, operasi bilangan dalam bentuuk akar, merasionalkan penyebut, dan aplikasi bentuk akar dalam kehidupan sehari-hari

Pada Sub C dibahas tentnag penulisan bentuk baku bilangan bulat, merubah bilangan bulat menjadi bentuk baku dan sebaliknya, serta aplikasi bentuk baku dalam kehidupan sehari-hari

Skema Pembelajaran

Sub Bab	Waktu	Tujuan	Materi Pokok	Kosa Kata	Metode dan Aktivitas
Bilangan berpangkat bulat	8 jp	Mengenal bilangan berpangkat positif, berpangkat negative , dan berpangkat nol Menentukan hasil dari operasi hitung penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian dan perpangkatan bilangan berpangkat Menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan operasi bilangan berpangkat	Pengertian bilangan berpangkat Sifat-sifat bilangan berpangkat Bilangan pangkat nol dan negatif Bilangan pecahan berpangkat	Bilangan berpangkat positif, bilangan berpangkat negative, bilangan berpangkat nol, bilangan berpankat pecahan($\frac{1}{2}$), penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian dan perpangkatan	Tanya jawab Diskusi Penemuan terbimbing Eksplorasi
Bilangan bentuk akar	6 jp	Mengenal bilangan bentuk akar Merubah bilangan pangkat pecahan (pembilang satu) menjadi bentuk akar Menentukan hasil operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian bilangan bentuk akar Merasionalkan penyebut bilangan bentuk akar Menyelesaikan permasalahan kontekstual operasi bilangan bentuk akar	Mengubah bilangan berpangkat Pecahan kedalam bentuk akar Sisfat-sifat operasi Aljabar Bilangan bentuk akar Merasionalkan penyebut	Bilangan bentuk akar, penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian bentuk akar, merasionalkan penyebut	Tanya jawab Diskusi Penemuan terbimbing Eksplorasi
Penulisan Bentuk Baku	4 JP	Mengenal bilangan dalam bentuk baku Merubah bilangan biasa dalam bentuk baku dan sebaliknya Menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan bilangan bentuk baku	Menuliskan bilangan bulat dalam bentuk baku Mengubah bentuk baku menjadi bilangan biasa	Bilangan bentuk baku,	Tanya jawab Diskusi Penemuan terbimbing Eksplorasi

Panduan Pembelajaran

Sebelum memulai pelajaran materi materi bilangan berpangkat, guru diharapkan dapat menjelaskan pengalaman belajar yang akan didapat siswa setelah mempelajari bab ini . Setelah mempelajari bab ini, siswa dapat:

1. Mengenal bilangan berpangkat dan manfaat dalam kehidupan sehari-hari
2. Dapat mengenal sifat-sifat bilangan berpangkat untuk melakukan operasi
3. Dapat melakukan operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian , dan pembagian bilangan berpangkat
4. Dapat merasionalkan penyebut bentuk akar
5. Dapat menuliskan bentuk baku bilangan bulat

Kebutuhan Sarana dan Media Pembelajaran

- Peralatan tulis
- LCD Proyektor
- Akses Internet

Apersepsi

Sebelum mengenal bilangan berpangkat, guru perlu menanyakan kepada siswa tentang penulisan bilangan 1.000; 10.000; 100.000 dan seterusnya ternyata bilangan-bilanga tersebut dapat ditulis dalam bentuk bilangan berpangkat. Guru perlu menanyakan kepada siswa manfaat dan kegunaan penulisan bilangan pangkat dalam kehidupan sehari-hari. Siswa juga diberi pertanyaan aplikasi dari bilangan berpangkat dalam kehidupan sehari-hari. Siswa juga bolah mencari informasi dari internet tentang ukuran benda yang sangat besar, misalnya diameter Bumi, Diameter Matahari, Jarak Bumi ke Matahari dan sebagainya. Siswa diminta untuk menuliskan ukuran benda atau jarak yang sangat jauh tersebut. Siswa juga diajak menemukan benda-benda yang ukurannya sangat kecil seperti virus, amuba, bakteri dan sebagainya. Contoh ukuran benda yang sangat besar dan sangat kecil

Diameter Bumi = 12.742.000 m

Diameter Matahari 1.3297.000.000 m

Jarak Bumi ke Matahari 1.470.000.000 m

Ukuran benda yang sangat kecil,misalnya

Diameter virus Omicron = 400 mikrometer = 0,000.001 m

Penulisan ukuran benda tersebut akan lebih mudah jika ditulis dalam bentuk bilangan.

A. Bilangan Berpangkat Bulat

1. Pengertian Bilangan Berpangkat

Kegiatan eksplorasi kali ini, siswa diminta mencermati dan mengamati bilangan berpangkat yang ada dalam kehidupan sehari-hari, yaitu tabel perbandingan Byte.

Namun sebelumnya siswa perlu diingatkan kembali tentang bilangan pangkat dengan bilangan pokok 10, misalanya $100 = 10^2$, $1.000 = 10^3$, $10.000 = 10^4$

Siswa diberi informasi tentang memori untuk menyimpan data dalam byte.

Satu Byte terdiri dari 2^3 bit. Mengapa terdiri dari 8 bit? Untuk menjawab pertanyaan ini, bisa mengakses di laman pencarian dengan kata kunci "bilangan biner".

(Dalam sistem komunikasi digital modern, data ditransmisikan dalam bentuk bit-bit biner, Biner yang biasa dipakai itu ada 8 digit angka dan terdiri dari angka 1 dan 0) dan Menurut *International Systems of Units*, 1 KB sama dengan 1.024 Byte atau 2^{10} Byte.

Untuk lebih jelas tentang satuan byte, siswa diminta untuk mengamati tabel berikut

Tabel 1.1 *Data International Systems of Units*

Metrik	Byte	Nilai
Kilobyte (KB)	2^{10}	1.024
Megabyte (MB)	2^{20}	1.048.576
GigaByte (GB)	2^{30}	1.073.741.824
Terabyte (TB)	2^{40}	1.099.511.627.776
Petabyte (PB)	2^{50}	1.125.899.906.824.624
Exabyte (EB)	2^{60}	1.152.921.504.606.846.976
Zettabyte (ZB)	2^{70}	1.180.591.620.717.411.303.424
Yottabyte (YB)	2^{80}	1.208.925.819.614.629.174.706.176

Dari tabel tersebut dapat diperoleh informasi bahwa

1 Kilobyte (KB) sama dengan 2^{10} = 1.024 byte,

1 Megabyte (MB) sama dengan 2^{20} = 1.048.576 byte,

Untuk menentukan nilai bilangan berpangkat dapat menggunakan kalkulator scientific.

Guru menanyakan kepada siswa apa manfat penulisan bilangan dalam bentuk pangkat dibandingkan dengan penulisan bilangan biasa, misalanya

Penulisan bilangan 2^{20} dibandingkan dengan 1.048.576,

penulisan bilangan 2^{30} dibandingkan dengan 1.073.741.824.

Penulisan bilangan 2^{40} dibandingkan dengan 1.099.511.627.776

Siswa diarahkan untuk menyimpulkan bahwa penulisan bilangan dengan menggunakan pangkat lebih sederhana untuk bilangan yang memuat banyak angka.

Untuk memperkaya pemahaman siswa tentang bilangan berpangkat, siswa diminta memahami bilangan berpangkat tentang volume kubus di buku siswa

Guru dapat memperkaya bentuk tersebut dengan bilangan yang lainnya dan pangkat yang lebih dari besar dari angka 3, misalnya 5^4 artinya $5\times5\times5\times5$, dan seterusnya.

Guru memberikan kesempatan seluasnya kepada siswa untuk menyampaikan jawabannya.

Siswa diajak untuk menemukan definisi dari bilangan berpangkat dengan menuliskan bentuk bilangan berpangkat sebagai berikut

Bilangan Berpangkat	Bentuk Perkalian	Nilai
2^1	2	2
2^2	2×2	4
2^3	$2\times2\times2$	8
2^4	$2\times2\times2\times2$	16
2^5	$2\times2\times2\times2\times2$	32
..	.	
2^n	$\underbrace{2\times2\times2\times2\times2\times\ldots\times2}_{\text{sebanyak } n \text{ kali}}$	

Berdasarkan tabel tersebut dapat disimpulkan bahwa

Jika a bilangan positif
dan n bilangan bulat positif, maka $a^n = \underbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}_{\text{sebanyak } n \text{ kali}}$

a^n dinamakan bilangan berpangkat, a dinamakan bilangan pokok (basis), dan n disebut pangkat (eksponen). Bilangan berpangkat a^n artinya a dikalikan berulang sebanyak n kali.

Setelah kalian memahami konsep bilangan berpangkat, coba perhatikan contoh soal berikut

Miskonsepsi

Siswa dapat melakukan kesalahan bilangan berpangkat, misalnya 3^2 siswa menganggap bahwa 3×2 dan 3^3 siswa menganggap bahwa 3×3. Kondisi ini dapat dialami siswa apabila mereka masih belum memahami konsep bilangan berpangkat dengan benar. Oleh karena itu guru harus memberikan penguatan dan pemahaman yang maksimal tentang konsep bilangan berpangkat

Siswa diminta untuk memahami contoh soal berikut, jika perlu guru dapat memberikan tambahan soal bentuk yang lain, agar pemahaman konsep bilangan berpangkat semakin kuat.

Contoh 1.1

Tentukan nilai dari bilangan berpangkat berikut

1. 2^8
2. 3^5

Alternatif penyelesaian

1. 2^8 artinya 2 dikalikan berulang sebanyak 8 kali, sehingga dapat ditulis → $2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2 = 256$
2. 3^5 artinya 3 dikalikan berulang sebanyak 5 kali, sehingga dapat ditulis → $3\times3\times3\times3\times3 = 243$

Siswa secara berkelompok diminta untuk mencoba menyelesaikan soal berikut, dengan beberapa bantuan dari guru. Petunjuk untuk menyelesaikan adalah tentukan hasil pangkat dari semua kartu yang ada seperti pada tabel berikut

	Dwi (3)	Rahagi (4)	Pranawa (5)	Byoma (6)	Lestari (7)	Bathari (8)
Dwi (3)		81	243	729	2.187	6.561
Rahagi (4)	64		1.024	4.096	16.384	65.536
Pranawa (5)	125	625		15.625	78.125	390.625
Byoma (6)	216	1.296	7.776		279.936	1.679.616
Lestari (7)	343	2.401	16.807	117.649		5.764.801
Bathari (8)	512	4.096	32.768	262.144	2.097.152	

Alternatif Jawaban, guru dapat mengembangkan model lain agar siswa mampu berpikir kreatif lainnya misalnya, pasangan mana yang paling besar nilainya, pasangan mana yang paling kecil nilainya dan seterusnya.

Ayo Berpikir Kreatif

Dalam sebuah permainan kartu angka, 6 orang siswa mengambil satu kartu angka secara acak.

Byoma mengambil kartu angka 6, Pranawa mengambil angka 5, Lestari mengambil kartu angka 7, Rahagi mengambil kartu angka 4, Bathari mengambil kartu angka 8, dan Dwi mengambil kartu angka 3. Jika setiap siswa berpasangan dengan siswa yang lain,

a. Siapa yang harus diajak berpasangan oleh Rahagi agar kelompoknya menghasilkan angka terbesar jika angka Rahagi dipangkatkan dengan pasangannya atau sebaliknya? Bathari

b. Siapa yang harus diajak berpasangan oleh Lestari agar kelompoknya menghasilkan angka terkecil jika angka Lestari dipangkatkan dengan pasangannya atau sebaliknya? Dwi

c. Siapa yang diajak berpasangan oleh Byoma agar kelompoknya menghasilkan angka lebih kecil dari kelompok yang satu dan lebih besar dari kelompok yang lain jika angka Byoma dipangkatkan dengan pasangannya atau sebaliknya? Pranawa dan Lestari

d. Jika angka milik Byoma dipangkatkan dengan kartu milik Lestari berapa banyak pasangan yang nilainya lebih besar dari pasangan Byoma dan Lestari? 4 pasangan

Ayo Berteknologi

Untuk mempermudah menyelesaikan **Ayo Berpikir Kreatif**, kalian dapat menggunakan kalkulator pada link berikut ini https://www.geogebra.org/calculator atau https://www.desmos.com/scientific?lang=id

1. Anton berpendapat bahwa $(-2)^3$ hasilnya sama dengan -2^3

   Pendapat Anton salah karena $(-2)^3 = (-2)\times(-2)\times(-2) = -8$, sedangkan $-2^3 = -(2\times2\times2) = -8$, kebetulan hasilnya sama karena pangkat bilangan ganjil, namun jika dipangkatkan dengan bilangan genap, hasilnya akan berbeda, contoh $(-2)^2 = (-2)\times(-2) = 4$, sedangkan $-2^2 = -(2\times2) = -4$

2. Joni berpendapat bahwa $(2a)^4$ hasilnya sama dengan $2a^4$

   Pendapat Joni kurang tepat, sebab $(2a)^4 = (2a)\times(2a)\times(2a)\times(2a) = 16a^4$, sedangkan $2a^4 = 2a^4$

3. Nadiva berpendapat bahwa $(-2b)^5$ hasilnya sama dengan $-2b^5$

   Pendapat Nadiva kurang tepat, karena

   $(-2b)^5 = (-2b)\times(-2b)\times(-2b)\times(-2b)\times(-2b) = -32b^5$,

   sedangkan $-2b^5 = -2\times b\times b\times b\times b\times b = -2b^5$

Untuk mengetahui sejauh mana pemahaman siswa terhadap konsep bilangan berpangkat, siswa diminta untuk mengerjakan latihan soal berikut

1. Tulislah dalam bentuk bilangan berpangkat
   a. $0,5\times0,5\times0,5\times0,5 = 0,0625$
   b. $(-6)\times(-6)\times(-6)\times(-6)\times(-6) = -7.776$
   c. $5\times5\times5\times5\times a\times a\times a = 625a^3$
   d. $(-3b)\times(-3b)\times(-3b)\times(-3b) = 81b^4$
   e. $(2\times2)\times(2\times2)\times(2\times2) = 64$

2. Nyatakan bilangan berpangkat berikut dalam perkalian berulang
   a. $(3a)^3 = (3a)\times(3a)\times(3a)$
   b. $(-6y)^4 = (-6y)\times(-6y)\times(-6y)\times(-6y)$
   c. $1,5^5 = 1,5\times1,5\times1,5\times1,5\times1,5$

d. $(xyz)^3 = (xyz) \times (xyz) \times (xyz)$

3. Tentukan hasil dari bilangan berpangkat berikut

   a. $(-3)^6 = (-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3) = 729$

   b. $(-5)^5 = (-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5) = -3.125$

   c. $2^3y^4 = 8y^4$

   d. $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{8}{125}\right)$

4. Tentukan nilai x dari persamaan berikut

   a. $3^x = 81$ $\quad x = 3$

   b. $6^x = 1296$ $\quad x = 4$

   c. $x^5 = 3125$ $\quad x = 5$

   d. $4^x = 4096$ $\quad x = 6$

Soal berikut diberikan kepada siswa yang mempunyai kecepatan belajar lebih daripada siswa yang lainnya.

Ayo Berkomunikasi

5. Coba diskusikan dengan temanmu.

   Tentukan bilangan mana yang lebih besar; 2022^{2023} atau 2023^{2022}

   Petunjuk : gunakan bilangan kecil perbandingan, misalnya 3^4 dengan 4^3 ternyata lebih besar 3^4, sehingga 2022^{2023} lebih besar daripada 2023^{2022}

Ayo Berpikir Kritis

6. Dua temanmu punya pendapat, yaitu

   a. Dwi Lestari berpendapat bahwa $(3a)^4$ nilainya sama dengan $3a^4$.Bagaimana menurut pendapat kalian? Coba jelaskan alasan kalian

   $(3a)^4 = (3a) \times (3a) \times (3a) \times (3a) = 81a^4$

   $3a^4 = 3a^4$

Jelas tidak sama karena $(3a)^4$ semua yang ada di dalam kurung dipangkatkan, sedangkan $3a^4$ yang dipangkatkan hanya a saja

b. Christina berpendapat bahwa

1) $-(5\times5\times5\times5)$ senilai dengan $(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)$

$-(5\times5\times5\times5)$ tidak senilai dengan $(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)$, karena $-(5\times5\times5\times5)=-625$, sedangkan $(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)=625$

2) $-(5\times5\times5)$ senilai dengan $(-5)\times(-5)\times(-5)$

$-(5\times5\times5)$ senilai dengan $(-5)\times(-5)\times(-5)$, karena $-(5\times5\times5)=-125$ dan $(-5)\times(-5)\times(-5)=-125$

Ayo Berpikir Kritis

7. Apa yang dapat kalian simpulkan dari a^n

a. Jika a bilangan negatif, dan n bilangan genap?

Hasilnya adalah bilangan bulat positif

b. Jika a bilangan negatif, dan n bilangan ganjil?

Hasilnya adalah bilangan bulat negatif

8. Apa yang dapat kalian simpulkan dari a^b

a. Jika a bilangan genap, dan b bilangan genap?

a^b = bilangan genap

b. Jika a bilangan genap, dan b bilangan ganjil?

a^b = bilangan genap

c. Jika a bilangan ganjil, dan b bilangan genap?

a^b = bilangan ganjil

d. Jika a bilangan ganjil, dan b bilangan ganjil?

a^b = bilangan ganjil

9. Tim Peneliti dari salah satu Universitas terkemuka di Indonesia sedang melakukan penelitian wabah yang melanda di dua desa x dan desa y. Ternyata tim peneliti menemukan dua virus yang berbeda sebagai penyebab dari wabah tersebut. Setelah diteliti

di Laboratorium, diperoleh fakta bahwa virus di desa x dapat membelah menjadi 2 virus setiap 1 menit, sementara virus di desa y dapat membelah menjadi 3 bagian setiap 2 menit.

a. Banyak virus di desa x adalah 1.024 = 2^{10}, sementara banyak virus di desa y adalah 243 = 3^3

b. Setelah sehari, apakah banyak virus di desa y melebihi dari banyak virus di desa x?

   Banyak virus di desa y tidak akan melebihi banyak virus di desa x, karena 2^n akan lebih banyak daripada 3^n

Refleksi

Guru dapat mengajak siswa membuat kesimpulan dari apa yang telah dipelajari, tentang konsep bilangan berpangkat, dengan menjawab beberapa pertanyaan yang ada pada buku siswa. Guru memberikan kesempatan seluasnya kepada siswa untuk menyampaikan jawabannya.

2. Sifat-sifat Bilangan Berpangkat

a. Sifat Perkalian Bilangan Berpangkat

Siswa diajak untuk mengeksplorasi perkalian bilangan berpangkat dari kehidupan sehari-hari, siswa diminta untuk membaca dan memahami permasalahan berikut ini

Untuk menyelesaikan permasalahan ini kita lihat dulu bahwa 1 GB = 1.000 MB dan 1 MB = 1.000 KB, sehingga 1 GB = 1.000.000 MB atau 10^6 Kalau Ahmad membeli 10 GB setiap hari berarti 10 × 1.000.000 KB = 10.000.000 KB atau 10^7 KB dalam sehari. Jika Ahmad membeli selama 100 atau 10^2 hari maka

$$\begin{aligned} 10^2 \times 10^7 &= (10 \times 10) \times (10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10) \\ &= 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \\ &= 10^9 \end{aligned}$$

Dengan demikian, dalam 100 hari Ahmad membutuhkan
$10^2 \times 10^7 = 10^{2+7} = 10^9$ KB

Selanjutnya siswa diminta untuk mencermati bentuk sederhana dari perkalian bilangan berpangkat berikut

Contoh 1.2

Tentukan bentuk sederhana dari $3^4 \times 3^5$

Alternatif jawaban:

$$\text{Misalnya } = \underbrace{(3 \times 3 \times 3 \times 3)}_{\text{4 faktor}} \times \underbrace{(3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)}_{\text{5 faktor}}$$

$$= \underbrace{(3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3)}_{\text{4 faktor + 5 faktor}}$$

$$= 3^{4+5}$$

$$= 3^9$$

Jadi bentuk sederhana dari $3^4 \times 3^5$ adalah 3^9

Guru dapat memberi contoh lain tentang perkalian bilangan berpangkat dalam kehidupan sehari-hari. Selanjutnya siswa diminta untuk melengkapai tabel berikut

Tabel 1.2 Perpangkatan Pada Perkalian Bilangan

Operasi Perkalian	Operasi Perkalian	Bentuk Sederhana
$3^5 \times 3^2$	(3×3×3×3×3) ×(3×3)	$3^7 = 3^{5+2}$
$12^6 \times 12$	12×12×12×12×12×12×12	$12^7 = 12^{6+1}$
$(-5)^4 \times (-5)^6$	(-5)×(-5)×(-5)×(-5)×(-5)×(-5)× (-5)×(-5)×(-5)×(-5)	$(-5)^{10}$
$(0,7)^3 \times (0,7)^2$	(0,7) × (0,7) × (0,7) × (0,7) × (0,7)	$(0,7)^5$
$(4b)^5 \times (4b)^3$	$(4b) \times (4b) \times (4b) \times (4b) \times (4b) \times (4b) \times (4b) \times (4b)$	$(4b)^8$

Setelah tabel dilengkapi, guru dapat memberikan alternatif pembelajaran dengan diskusi untuk mencocokkan jawaban yang ada di tabel

Selanjutnya guru dapat memberikan beberapa pertanyaan yang berkaitan dengan perkalian bilangan berpangkat, misalnya

1. Mengapa $3^5 \times 3^2 = 3^7$, dari manakah angka 7?
2. Mengapa $12^6 \times 12 = 12^7$, darimanakah angka 7?
3. Mengapa 12 dianggap memiliki pangkat satu?
4. Apakah perkalian berpangkat berlaku jika bilangan pokok tidak sama?

Pertanyaan-pertanyaan tersebut dapat didiskusikan oleh siswa

Dengan diskusi dan tanya jawab, siswa diminta menemukan kesimpulan perkalian bilangan berpangkat sebagai berikutnya

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

untuk a bilangan bulat dan m, n bilangan bulat positif

Siswa diminta untuk memahami contoh berikut agar pemahaman tentang konsep perkalian bilangan berpangkat semakin kuat

Selanjutnya guru memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya dan menyampaikan kesulitan yang dialami tentang perkalian bilangan berpangkat.

Guru dapat memberikan tambahan soal latihan perkalian bilangan berpangkat agar siswa semakin terampil dalam menyelesaikan perkalian bilangan berpangkat. Siswa juga bisa diperkaya dengan soal aplikasi perkalian bilangan berpangkat.

Refleksi

Guru dapat mengajak siswa membuat kesimpulan dari apa yang telah dipelajari, tentang konsep perkalian bilangan berpangkat, dengan menjawab beberapa pertanyaan yang ada pada buku siswa. Guru

memberikan kesempatan seluasnya kepada siswa untuk menyampaikan jawabannya.

b. Sifat Pembagian Bilangan Berpangkat

Siswa diminta membaca dan mengamati eksplorasi pembagian bilangan berpangkat dahulu, kemudian guru bisa menanyakan apakah ada kesulitan dalam memahami operasi pembagian bilangan berpangkat. Berikan kesempatan seluas-luasnya kepada siswa untuk menyampaikan gagasannya.

Siswa diminta mencermati pembagian bilangan berpangkat berikut

1 TB = 10^6 MB dan 1 film = 10^3 MB

Maka dapat dihitung $\frac{10^6}{10^3} = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 : 10 \times 10 \times 10$

$= 10 \times 10 \times 10$

$= 10^3$

Jadi 1 TB dapat menyimpan sebanyak 1.000 video atau film durasi rata-rata satu setengah jam

Setelah mengamati, guru dapat menanyakan pada siswa apa perbedaan dan kesamaan pembagian bilangan berpangkat dengan perkalian bilangan berpangkat. Dengan diskusi dan Tanya jawab siswa diajak untuk mnemukan perbedaan antara pembagian bilangan berpangkat dengan perkalian bilangan berpangkat

Selanjutnya agar pemahaman siswa lebih lengkap tentang pembagian bilangan berpangkat, siswa diminta untuk melengkapi tabel pada halaman berikut

Tabel 1.3 Perpangkatan Pada Pembagian Bilangan

Operasi Pembagian	Bentuk Panjang	Bentuk sederhana
$\frac{2^5}{2^3}$	$\frac{2\times2\times2\times2\times2}{2\times2\times2}=2\times2=2^2$	$\frac{2^5}{2^3}=2^{5-3}=2^2$
$\frac{5^6}{5^2}$	$\frac{5\times5\times5\times5\times5\times5}{5\times5}=5\times5\times5\times5=5^4$	$\frac{5^6}{5^2}=5^{6-2}=5^4$
$\frac{(-3)^4}{(-3)^3}$	$\frac{(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)}{(-3)\times(-3)\times(-3)}=(-3)$	$\frac{(-3)^4}{(-3)^3}=(-3)^{4-3}=(-3)$
$\frac{4^3}{4^2}$	$\frac{4\times4\times4}{4\times4}=4$	$\frac{4^3}{4^2}=4^{3-2}=4$
$\frac{(-5)^5}{(-5)}$	$\frac{(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)}{(-5)}$	$\frac{(-5)^5}{(-5)}=(-5)^{5-1}=(-5)^4$

Setelah tabel dilengkapi, guru dapat memberikan alternatif pembelajaran dengan diskusi untuk mencocokkan jawaban yang ada di tabel

Selanjutnya dengan penemuan terbimbing, siswa diharapkan dapat menyimpulkan pembagian dua bilangan berpangkat dengan bilangan pokok yang sama dapat disederhanakan dengan mengurangkan pangkat bilangan yang dibagi dengan pangkat bilangan yang membagi, sehingga dalam bentuk umum, siswa mampu menyimpulkan

$$\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$$

untuk a bilangan bulat dan m, n bilangan bulat positif

Siswa perlu diberi penguatan pemahaman pangkat satu dari bilangan berpangkat, artinya bilangan tanpa pangkat berarti bilangan tersebut berpangkat satu

Berikutnya, agar pemahaman siswa semakin kuat tentang pembagian bilangan berpangkat, siswa diminta untuk mencermati contoh berikut ini

Contoh 1.3

Tentukan bentuk sederhana dari $\frac{4^5}{4^3}$

Alternatif jawaban: $\frac{4^5}{4^3} = \frac{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}{4 \times 4 \times 4}$

$= 4 \times 4$

$= 4^{5-3}$

$= 4^2$

Jadi bentuk sederhana dari $\frac{4^5}{4^3}$ adalah 4^2

Ayo Berpikir Kreatif

Diberikan persamaan $\frac{3^a}{3^b} = 3^4$ Tentukan nilai a dan b dari 1 sampai dengan 9 sehingga memenuhi persamaan tersebut.

Alternatif jawaban:

Banyak penyelesaian dari persamaan tersebut adalah

a dan b memiliki selisih 4, yaitu $a = 5$ dan $b = 1$, $a = 6$ dan $b = 2$, $a = 7$ dan $b = 3$, $a = 8$ dan $b = 4$, $a = 9$ dan $b = 5$

c. Sifat Perpangkatan Bilangan Berpangkat

Ayo Bereksplorasi

Kegiatan eksplorasi kali ini mengajak siswa untuk memahami perpangkatan bilangan berpangkat. Sebeluam melakukan eksplorasi, siswa diminta mengingat kembali konsep perkalian bilangan berpangkat dengan diskusi dan tanya jawab. Setelah itu secara berkelompok siswa diminta untuk melengkapi tabel berikut

Tabel 1.4 Perpangkatan Bilangan berpangkat

Operasi Perpangkatan	Bentuk Perkalian Berulang	Bilangan Berpangkat
$(2^2)^2$	$(2^2) \times (2^2) = (2\times2) \times (2\times2)$	2^4

Operasi Perpangkatan	Bentuk Perkalian Berulang	Bilangan Berpangkat
$(4^3)^3$	$(4^3) \times (4^3) \times (4^3)$ = $(4\times4\times4)\times(4\times4\times4)\times(4\times4\times4)$	4^9
$(0{,}5^4)^2$	$(0{,}5^4) \times (0{,}5^4) = (0{,}5\times0{,}5\times0{,}5\times0{,}5)$ $\times(0{,}5\times0{,}5\times0{,}5\times0{,}5)$	$0{,}5^8$
$(7^5)^2$	$(7^5) \times (7^5)$ = $(7\times7\times7\times7\times7)\times(7\times7\times7\times7\times7)$	7^{10}
$(a^2)^3$	$(a^2) \times (a^2) \times (a^2)$ = $(a\times a)\times(a\times a)\times(a\times a)$	a^6

Setelah melengkapi tabel, siswa diminta untuk mencocokkan jawabannya masing-masing dan memberi kesempatan siswa untuk bertanya dan diberi kesempatan seluas-luasnya untuk menyampaikan pikirannya. Dengan diskusi dan Tanya jawab siswa diarahkan untuk membuat kesimpulan dari perpangkatan bilangan berpangkat dari beberap contoh yang ada di dalam tabel, misalnya $(2^2)^2 = 2^{2\times2} = 2^4$ dan contoh yang lainnya, sehingga diperoleh kesimpulan bahwa bilangan berpangkat yang dipangkatkan dapat disederhanakan dengan mengalikan pangkat dari bilangan tersebut, sehingga dalam bentuk umum dapat disimpulkan bahwa

$$(a^m)^n = a^{m\times n}$$

untuk a bilangan bulat dan m, n bilangan bulat positif

Jika ada siswa yang masih belum memahami perpangkatan bilangan berpangkat, guru dapat memberi beberapa contoh soal, misalnya seperti yang ada di buku siswa berikut

Contoh 1.4

Tulislah dalam bentuk yang sederhana dari $(3^4)^3$

Alternatif jawaban:

$$\begin{aligned}(3^4)^3 &= (3^4) \times (3^4) \times (3^4)\\ &= (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)\\ &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3\\ &= 3^{12}\end{aligned}$$

Jadi bentuk sederhana dari $(3^4)^3$ adalah 3^{12}

Siswa yang mempunyai kemampuan diatas rata-rata dapat diberi tambahan soal aplikasi penerapan perpangkatan bilangan berpangkat dalam kehidupan sehari-hari, sementara siswa yang lain dapat diberi tambahan soal pemahaman perpangkatan bilangan berpangkat.

Refleksi

Dengan diskusi dan Tanya jawab, guru mengajak siswa membuat kesimpulan dari apa yang telah dipelajari, tentang konsep perpangkatan bilangan berpangkat, dengan menjawab beberapa pertanyaan yang ada pada buku siswa. Guru memberikan kesempatan seluasnya kepada siswa untuk menyampaikan jawabannya.

d. Perpangkatan Pada Perkalian Bilangan

Sebelum melakukan eksplorasi, siswa diingatkan kembali dengan konsep perkalian bilangan berpangkat, selanjutnya diberikan beberapa soal perkalian bilangan berpangkat untuk didiskusikan bersama. Setelah itu diperkenalkan dengan perkalian bilangan berpangkat seperti $(2\times3)^2 = 2^2\times3^3$. Siswa diminta untuk mengamati beberapa contoh bentuk seperti itu.

Selanjutnya dengan berkelompok, siswa diminta untuk melengkapi tabel berikut.

Tabel 1.5 Perpangkatan pada Perkalian Bilangan

Perpangkatan pada Perkalian Bilangan	Bentuk Perkalian berulang	Bentuk Perpangkatan
$(4\times3)^3$	$(4\times3)\times(4\times3)\times(4\times3)$ $= 4\times3\times4\times3\times4\times3$ $= (4\times4\times4)\times(3\times3\times3)$	$4^3\times3^3$
$(2\times6)^4$	$(2\times6)\times(2\times6)\times(2\times6)\times(2\times6)$ $= 2\times6\times2\times6\times2\times6\times2\times6$ $= (2\times2\times2\times2)\times(6\times6\times6\times6)$	$2^4\times6^4$
$(p\times2)^2$	$(p\times2)\times(p\times2)$ $= p\times2\times p\times2$ $= (p\times p)\times(2\times2)$	$p^2\times2^2$
$(5\times m)^3$	$(5\times m)\times(5\times m)\times(5\times m)$ $= 5\times m\times5\times m\times5\times m$ $= (5\times5\times5)\times(m\times m\times m)$	$5^3\times m^3$
$(a\times b)^5$	$(a\times b)\times(a\times b)\times(a\times b)\times(a\times b)\times(a\times b)$ $= a\times b\times a\times b\times a\times b\times a\times b\times a\times b$ $= (a\times a\times a\times a\times a)\times(b\times b\times b\times b\times b)$	$a^5\times b^5$

Dengan berdiskusi dan tanya jawab, jawaban kelompok disamakan dengan kelompok lain, agar diperoleh jawaban yang benar. Selanjutnya dengan diskusi dirumuskan kesimpulan dari perpangkatan pada perkalian bilangan dengan kesimpulan bahwa $(4\times3)^3$, artinya setiap bilangan yang ada dalam kurung masing-masing dipangkatkan sehingga menghasilkan $4^3\times3^3$. Dalam bentuk umum dapat ditulis

$$(a\times b)^m = a^m\times b^m$$

untuk a, b bilangan bulat dan m bilangan bulat positif

Sebelum berpikir kritis, sebiknya guru memberikan beberapa soal agar siswa memiliki pemahaman yang maksimal dan untuk melatih keterampilan siswa dalam menyelesaikan soal.

Selanjutnya dengan diskusi siswa diminta untuk menyelesaikan Ayo Berpikir Kreatif sebagai berikut

Guru memberikan kesempatan seluas-luasnya agar siswa berpendapat sesuai dengan pemahaman mereka

Kadek menyederhanakan : $4^2 \times 4^5 = (4 \times 4)^{2+5} = 16^7$

Kadek melakukan kesalahan $(4 \times 4)^{2+5} = 16^7$, seharusnya $(4)^{2+5} = 4^7$

Sinaga menyederhanakan : $4^2 \times 4^5 = 4^{2+5} = 4^7$

Sianaga sudah benar, namun 4^7 masih bisa disederhanan lagi menjadi $4^7 = (2^2)^7 = 2^{14}$

Suparman menyederhanakan : $4^2 \times 4^5 = (2^2)^2 \times (2^2)^5 = 2^4 \times 2^{10} = 2^{14}$

Sudah benar, karena sudah disederhanakan dalam bentuk yang paling sederhana

Guru diharapkan dapat menampung semua penjelasan dari siswa yang beraneka ragam. selain itu, guru juga bisa memberikan permasalahan lain yang serupa.

Refleksi

Guru dapat mengajak siswa membuat kesimpulan dari apa yang telah dipelajari tentang perpangkatan pada perkalian bilangan. Guru memberikan kesempatan seluasnya kepada siswa untuk menyampaikan jawabannya

3. Bilangan Pangkat Nol dan Pangkat Negatif

Sebelum siswa dikenalkan dengan pangkat negatif, siswa dikenalkan dulu dengan pangkat nol. Oleh karena itu, guru dapat memberikan beberapa contoh pembagian bilangan berpangkat dengan bilangan

yang sama sehingga hasilnya sama dengan 1. Siswa diminta untuk mengamati dan mencermati beberapa contoh tersebut, selanjutnya dengan diskusi dan tanya jawab ditemukan jawaban mengapa bilangan pangkat nol sama dengan 1. Untuk melengkapi pemahan siswa tentang bilangan berpangkat nol, siswa diminta untuk melengkapi tabel beriku ini

Operasi Pembagian	Hasil Operasinya	Kesimpulan
$\frac{2^3}{2^3} = 2^{3-3} = 2^0$	$\frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 1$	$\frac{2^3}{2^3} = 1$
$\frac{15^2}{15^2} = 15^{2\text{-}2} = 15^0$	$\frac{15 \times 15}{15 \times 15} = 1$	$\frac{15^2}{15^2} = 1$
$\frac{1,3^4}{1,3^4} = 1,3^{4\text{-}4} = 1,3^0$	$\frac{1,3 \times 1,3 \times 1,3 \times 1,3}{1,3 \times 1,3 \times 1,3 \times 1,3} = 1$	$\frac{1,3^4}{1,3^4} = 1$
$\frac{0,4^5}{0,4^5} = 0,4^{5\text{-}5} = 0,4^0$	$\frac{0,4 \times 0,4 \times 0,4 \times 0,4 \times 0,4}{0,4 \times 0,4 \times 0,4 \times 0,4 \times 0,4} = 1$	$\frac{0,4^5}{0,4^5} = 1$
$\frac{700^3}{700^3} = 700^{3\text{-}3} = 700^0$	$\frac{700 \times 700 \times 700}{700 \times 700 \times 700} = 1$	$\frac{700^3}{700^3} = 1$
$\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0$	$\frac{a \times a \times a \ldots\ldots \times .a}{a \times a \times a \ldots\ldots \times .a} = 1$	$\frac{a^n}{a^n} = 1$

Selanjutnya siswa mengecek bersama-sama isi dari tabel agar mereka memiliki pemahaman yang sama tentang bilangan pangkat nol.
Dengan berdiskusi dan Tanya jawab, siswa diarahkan untuk membuat kesimpulan bersama bilangan pangkat nol.

Berdasarkan kesimpulan yang kalian buat maka dapat ditulis bentuk umum

$$a^0 = 1$$

untuk bilangan bulat a yang tak nol

Untuk memperkuat pemahaman siswa bilangan berpangkat nol, guru dapat memberi beberapa contoh soal untuk dikerjakan siswa, misalnya

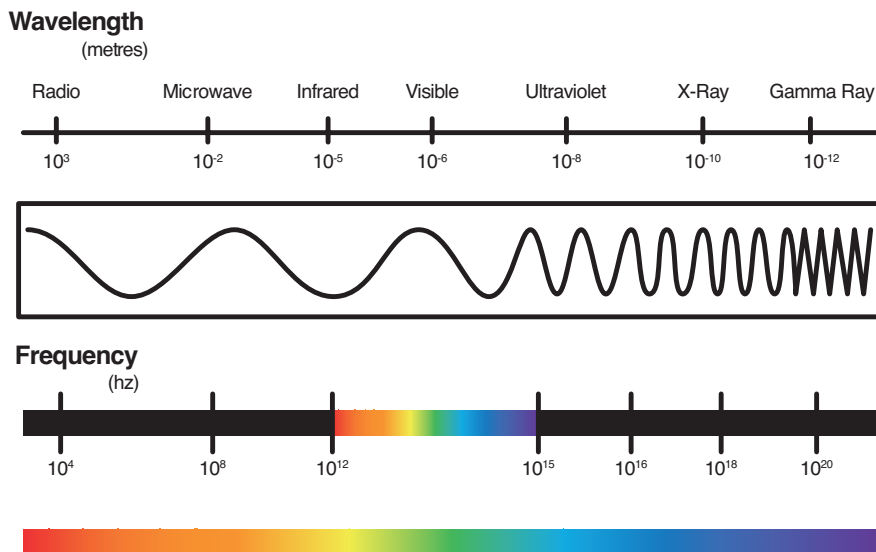
Contoh 1.5

Tentukan hasil dari $3^2 : 3^2$

Alternatif jawaban:

$3^2 : 3^2 = 3 \times 3 : 3 \times 3 = 9 : 9 = 1$

Ayo Bereksplorasi

Setelah siswa memahami bilangan berpangkat nol, selanjutnya guru dapat memancing siswa agar muncul pertanyaan pangkat negatif, karena bilangan bulat itu ada bilangan positif, bilangan nol dan bilangan negatif. Siswa diajak berdiskusi apakah mungkin sebuah bilangan berpangkat negatif? Untuk selanjutnya siswa diminta untuk mencermati gambar berikut

Berdasarkan gambar tersebut, panjang gelombang radio adalah 10^{-3} dan frekuensinya 10^4 , berapakah sebenarnya nilai dari 10^{-3}?

Untuk menjawab pertanyaan tersebut, siswa diminta untuk mengamati pola bilangan berpangkat positif, pangkat nol dan pangkat negatif pada halaman berikut ini

$$10^3 = 1.000$$
$$10^2 = 100$$
$$10^1 = 10$$
$$10^0 = 1$$
$$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10}$$
$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$$
$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$$

Agar siswa memiliki pemahaman yang lengkap terhadap bilangan pangkat negatif, siswa diminta untuk melengkapi tabel berikut

Tabel 1.6 Bilangan Pangkat Negatif

Gelombang Elektromagnetik	Panjang Gelombang (m)	Bilangan Berpangkat Positif	Bentuk Desimal
Gelombang radio	10^{-3}	$\frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$	0,001
Sinar inframerah	10^{-5}	$\frac{1}{10^5} = \frac{1}{100000}$	0,00001
Cahaya tampak	10^{-6}	$\frac{1}{10^5} = \frac{1}{100000}$	0,000001
Sinar ultraviolet	10^{-8}	$\frac{1}{10^8} = \frac{1}{100000000}$	0,000000001
Sinar X	10^{-10}	$\frac{1}{10^{10}} = \frac{1}{10000000000}$	0,0000000001
Sinar gamma	10^{-12}	$\frac{1}{10^{12}} = \frac{1}{1000000000000}$	0,000000000001

Dengan diskusi dan Tanya jawab, siswa diharapkan dapat mengkonstruksi sendiri pemahamannya tentang bilangan berpangkat negatif, sehingga dapat disimpulkan sebagai berikut

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

untuk a bilangan bulat dan n bilangan bulat positif

Tahukah Kalian?

Untuk melengkapi pengetahuan kalian tentang bilangan pangkat negatif, coba cari informasi dalam bidang teknologi, obyek atau benda dengan ukuran yang sangat kecil dan menggunakan bilangan pangkat negatif, namun sangat bermanfaat untuk kehidupan manusia dan salah satunya adalah ukuran nano meter. Banyak sekali terobosan dalam bidang teknologi indutri yang menggunakan teknologi nano. Nanometer adalah sebuah ukuran panjang 1×10^{-9} meter. Bila kalian tertarik dengan bidang ini, kalian bisa mencari informasi tentang ilmu nano teknologi dengan cara mengakses di laman pencarian dengan kata kunci "nano teknologi". Beberapa obyek yang menggunakan ukuran nano meter terlihat di tabel berikut. Coba lengkapi tabel berikut

Ukuran	Obyek	Ukuran dalam meter
2 nm	Diameter dari Heliks DNA alfa	2×10^{-9}
6 nm	Diameter filamen aktin	6×10^{-9}
7 nm	Ketebalan rata-rata membran sel	7×10^{-9}
20 nm	Ukuran ribosom	2×10^{-10}
30 nm	Virus terkecil didunia	3×10^{-10}
100 nm	Ukuran rata-rata retrovirus	1×10^{-11}
120 nm	Virus besar (termasuk Influenza)	$1{,}2 \times 10^{-11}$

Sumber :https://id.wikipedia.org/wiki/Nanometer

Setelah siswa dapat menyimpulakan pangkat bilangan negatif, siswa diminta untuk mencermati contoh soal pada halaman berikut ini.

Contoh 1.6

Sebuah Amuba memiliki diameter 5^{-3} cm , berapa cm diameter Amuba dalam bentuk desimal?

Alternatif jawaban:

diameter amuba adalah 5^{-3} cm,

artinya $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{125} = 0{,}008$

Jadi panjang amuba dalam bentuk desimal adalah 0,008 m.

Dengan berdiskusi dengan teman sebangku, siswa diminta untuk menyelesaikan soal.

Ayo Mencoba

1. Ubahlah bentuk berikut dalam bentuk pangkat positif

   a. $5^{-3} = \frac{1}{5^3}$

   b. $(-7)^{-8} = \frac{1}{(-7)^8}$

   c. $\frac{1}{9^{-4}} = 9^4$

   d. $\frac{1}{(-8)^{-5}} = (-8)^5$

2. Ubahlah bentuk berikut dalam bentuk pangkat negatif

   a. $7^5 = \frac{1}{7^{-5}}$

   b. $(-9)^4 = \frac{1}{(-9)^{-4}}$

   c. $\frac{1}{5^4} = 5^{-4}$

   d. $\frac{1}{8^3} = 8^{-3}$

4. Bilangan Pecahan Berpangkat

Guru perlu mengingatkan kembali bilangan berpangkat negatif, dengan memberikan beberapa pertanyaan dan soal dalam bentuk kuis. Siswa diminta untuk memahami contoh pecahan berpangkat, jika perlu guru dapat memberikan tambahan contoh lain dari bilangan berpangkat. Selanjutnya dengan berdiskusi siswa diminta untuk melengkapi tabel berikut

Pecahan berpangkat	Hasil Operasinya	Kesimpulan
$\left(\frac{2}{3}\right)^3$	$=\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{2}{3}\right)$ $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2\times2\times2}{3\times3\times3}=$	$\frac{2^3}{3^3}$
$\left(\frac{5}{6}\right)^4$	$=\left(\frac{5}{6}\right)\times\left(\frac{5}{6}\right)\times\left(\frac{5}{6}\right)\times\left(\frac{5}{6}\right)$ $=\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{5\times5\times5\times5}{6\times6\times6\times6}=$	$\frac{5^4}{6^4}$
$\left(\frac{3}{9}\right)^{-3}=\left(\frac{9}{3}\right)^3$	$=\left(\frac{9}{3}\right)\times\left(\frac{9}{3}\right)\times\left(\frac{9}{3}\right)$ $=\frac{9}{3}\times\frac{9}{3}\times\frac{9}{3}=\frac{9\times9\times9}{3\times3\times3}=$	$\frac{9^3}{3^3}=3^3$
$\left(\frac{7}{8}\right)^{-5}=\left(\frac{8}{7}\right)^5$	$=\left(\frac{8}{7}\right)\times\left(\frac{8}{7}\right)\times\left(\frac{8}{7}\right)\times\left(\frac{8}{7}\right)\times\left(\frac{8}{7}\right)$ $=\frac{8}{7}\times\frac{8}{7}\times\frac{8}{7}\times\frac{8}{7}\times\frac{8}{7}=\frac{8\times8\times8\times8\times8}{7\times7\times7\times7\times7}=$	$\frac{8^5}{7^5}$

Siswa diminta untuk dapat menyimpulkan pecahan berpangkat sebagai berikut

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$$

untuk a, b bilangan bulat dan n bilangan bulat positif

Refleksi

Dengan diskusi dan Tanya jawab, guru mengajak siswa membuat kesimpulan dari apa yang telah dipelajari, tentang bilangan berpangkat nol dan berpangkat negative . Guru memberikan kesempatan seluasnya kepada siswa untuk menyampaikan jawabannya.

Guru juga bisa melakukan Tanya jawab untuk mengetahui tingkat pemahaman pada sub Bab ini, dengan memberikan beberapa soal latihan seperti di buku siswa.

Jawaban Soal Latihan 1.1

1. Sederhanakan bentuk pangkat berikut.

   a. $\frac{4^5}{4^3} = 4^2$

   b. $\frac{(-6)^7}{(-6)^3} = (-6)^4$

   c. $\frac{(-0,3)^5}{(-0,3)^3} = (-0,3)^2$

   d. $\frac{4^5 \times 4^3}{4^6} = 4^2 = 2^4$

2. Tulislah dalam bentuk yang paling sederhana

   a. $\frac{16^5}{4^2 \times 2^3} = 2^{13}$

   b. $\frac{9^4}{3^5} : \frac{3^2}{27^2} = 3^7$

   c. $\frac{16^4}{4^5} \times \frac{32^2}{8^3} = 2^7$

   d. $\frac{25^3 \times 125^2}{5^2 \times 625^2} = 5^2$

3. Tulislah dalam bentuk bilangan berpangkat

   a. $\frac{1}{625} = 5^{-4}$

   b. $\frac{125}{1000} = \frac{5^3}{10^4}$

   c. $\frac{(8a) \times (2a)}{1024} = \frac{a^2}{2^6}$

   d. $0,00000343 = \frac{7^3}{10^8}$

4. Ubahlah menjadi pangkat positif

   a. $2^{-2} = \frac{1}{2^2}$

   b. $(3b)^{-4} = \frac{1}{(3b)^4}$

   c. $6q^{-5} = \frac{6}{q^5}$

   d. $\frac{a}{4b^{-5}} = \frac{ab^5}{4}$

   e. $\frac{4c}{16^{-8}} = 2^{34}c$

5. Sederhanakan bentuk berikut

a. $\dfrac{\left(\frac{1}{5}\right)^4}{\left(\frac{1}{5}\right)^5} = 5$

b. $\dfrac{\left(\frac{4}{16}\right)^3}{\left(\frac{8}{32}\right)^2} = \dfrac{1}{2^2}$

c. $\dfrac{8^2}{4^3} \times \dfrac{32^5}{16^2} = 2^{17}$

d. $\dfrac{3^2}{4^3} : \dfrac{8}{27} \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^3 = \dfrac{3^2}{2^6}$

6. Sederhanakan bilangan berpangkat berikut

a. $\dfrac{1,5^3 \times 1,5^4}{1,5^5} = 1,5^2$

b. $\dfrac{(-4)^3 : (-4)^5}{(-4)^4} = (-4)^2$

c. $\dfrac{9^2}{9^4} - \dfrac{4^4}{4^7} = \dfrac{1}{9^2} - \dfrac{1}{4^3}$

d. $\dfrac{8^4 - 8^2}{2^5} = 2^7 - 2$

7. Sederhanakan bilangan berpangkat berikut

a. $\dfrac{4^2}{2^3} = 4p, \quad p = \dfrac{1}{2}$

b. $\dfrac{(-4)^2}{2^3} \times \dfrac{8^4}{(-16)^2} = 2^p, \qquad p = 5$

c. $\dfrac{9^p}{4^3} : \dfrac{27^2}{2^6} = 3^8, \quad p = 7$

d. $\dfrac{(-9)^2}{5^8} \times \dfrac{625^2}{(-81)^4} = 3^p, \qquad p = -12$

8. Sederhanakan bilangan berpangkat berikut

a. $3^4 \times 2^5 : (2 \times 3)^2 = 3^2 \times 2^3$

b. $3^2 \times 4^3 + 5^2 \times 2^2 = 676$

c. $(3 \times 2)^5 : 23 = 972$

d. $(-3)^2 \times (-3)^3 - (4 \times 2)^2 = 307$

9. Setrika listrik memiliki hambatan 3×10^2 *ohm* dialiri arus 2 ampere selama 15 menit. Berapa joule besarnya energi listrik yang digunakan ? ($W = I^2 \times R \times t$, I adalah hambatan, R adalah arus listrik, dan t adalah satuan waktu dalam detik) Jawab $= 1,62 \times 10^8$

10. Menurut para Ahli, cahaya Matahari membutuhkan waktu kira-kira 450 detik untuk sampai ke Bumi, jarak Matahari ke Bumi adalah $1,5 \times 10^9$ km dan jarak ke beberapa planet sebagai berikut

Jarak Matahari ke planet			
Merkurius	Venus	Mars	Uranus
$5,79 \times 10^7\ km$	$1,08 \times 10^8\ km$	$2,28 \times 10^8\ km$	$2,88 \times 10^9\ km$

a. Tentukan berapa detik waktu yang ditempuh cahaya dari matahari ke Merkurius, Venus, Mars, dan Uranus.

   Jawab =

   Matahari ke Merkurius = 17,37 detik

   Matahari ke Venus =32,4 detik

   Matahari ke Mars = 68,4 detik

   Matahari ke Uranus = 864 detik

b. Berapa kira-kira perbandingan jarak Matahari ke Bumi dengan jarak Matahari ke Uranus.

   Jawab = 25 : 48

c. Berapa km kira-kira jarak dari Merkurius ke Uranus jika Matahari,Merkurius, Venus, Bumi, dan Uranus terletak pada garis lurus.

   Jawab = $2,8221 \times 10^9\ km$

B. Bilangan Bentuk Akar

1. Mengubah Bilangan Berpangkat Pecahan ke dalam bentuk akar

Sebelum siswa bereksplorasi, guru perlu mengingatkan bilangan pangkat dua, dengan memberikan beberapa pertanyaan bilangan pangkat dua. Setelah itu siswa diminta untuk mengamati Ayo Bereksplorasi mencari panjang sisi dari persegi dan mencari panjang sisi dari kubus. Guru perlu memberikan bimbingan bagi siswa yang masih belum memahami konsep menarik akar dari bilangan akar

dua dan akar tiga misalnya dengan mengingatkan kembali bilangan kuadrat dan bilangan pangkat tiga. Dengan diskusi dan tanya jawab siswa diingatkan kembali bilangan pangkat dan akar sebagai berikut.

$2^2 = 4 \Leftrightarrow \sqrt{4} = 2$ $\qquad$ $2^3 = 8 \Leftrightarrow \sqrt[3]{8} = 2$

$3^2 = 9 \Leftrightarrow \sqrt{9} = 3$ $\qquad$ $3^3 = 27 \Leftrightarrow \sqrt[3]{27} = 3$

$4^2 = 16 \Leftrightarrow \sqrt{16} = 4$ $\qquad$ $4^3 = 64 \Leftrightarrow \sqrt[3]{64} = 4$

$5^2 = 25 \Leftrightarrow \sqrt{25} = 5$ $\qquad$ $5^3 = 125 \Leftrightarrow \sqrt[3]{125} = 5$

$6^2 = 36 \Leftrightarrow \sqrt{36} = 6$ $\qquad$ $6^3 = 216 \Leftrightarrow \sqrt[3]{216} = 6$

$7^2 = 49 \Leftrightarrow \sqrt{49} = 7$ $\qquad$ $7^3 = 343 \Leftrightarrow \sqrt[3]{343} = 7$

$8^2 = 64 \Leftrightarrow \sqrt{64} = 8$ $\qquad$ $8^3 = 512 \Leftrightarrow \sqrt[3]{512} = 8$

$9^2 = 81 \Leftrightarrow \sqrt{81} = 9$ $\qquad$ $9^3 = 729 \Leftrightarrow \sqrt[3]{729} = 9$

$10^2 = 100 \Leftrightarrow \sqrt{100} = 10$ $\qquad$ $10^3 = 1000 \Leftrightarrow \sqrt[3]{1000} = 10$

Setelah itu, siswa diminta untuk mengamati dan mencermati Ayo Bereksplorasi, akar pangkat dua dan akar pangkat tiga. Kegiatan Eksplorasi ini bertujuan agar siswa mampu mengkonstruksi sendiri dan menemukan konsep akar pangkat dua. Agar siswa memiliki pemahaman yang kuat tentang akar dari suatu bilangan, siswa diminta melengkapi tabel berikut ini.

Tabel 1.7 Hubungan Bilangan Berpangkat dengan Bentuk Akar

Bentuk Akar	Hubungan bilangan berpangkat dengan Bentuk akar
$\sqrt{25}$	$25 = 5^2 \Leftrightarrow \sqrt{25} = 5$
$\sqrt{36}$	$36 = 6^2 \Leftrightarrow \sqrt{36} = 6$
$\sqrt{81}$	$81 = 9^2 \Leftrightarrow \sqrt{81} = 9$
$\sqrt{100}$	$100 = 10^2 \Leftrightarrow \sqrt{100} = 10$
$\sqrt{144}$	$144 = 12^2 \Leftrightarrow \sqrt{144} = 12$

Bentuk Akar	Hubungan bilangan berpangkat dengan Bentuk akar
$\sqrt{225}$	$225 = 15^2 \Leftrightarrow \sqrt{225} = 15$

Guru perlu memberikan penjelasan khusus kepada siswa mengapa $\sqrt{4} = 2$ bukan 2 dan -2.

Akar kuadrat dari sebuah bilangan tak negatif a adalah bilangan x yang memenuhi $x^2 = a$. Sebagai contoh, 2 dan -2 merupakan akar kuadrat dari 4, karena $2^2 = 4$ dan demikian juga $(-2)^2 = 4$. Nah, salah satu di antara akar kuadrat tersebut merupakan bilangan tak negatif. Secara umum, setiap bilangan tak negatif a mempunyai sebuah akar kuadrat tak negatif. Sebagai contoh, akar kuadrat tak negatif dari 4 adalah 2. Akar kuadrat tak negatif dari bilangan tak negatif a disebut sebagai akar kuadrat utama, yang dilambangkan dengan $\sqrt{a}$. Jadi, sebagai contoh, $\sqrt{4} = 2$. Jadi alasan mengapa $\sqrt{4} = 2$, bukannya -2, adalah karena matematikawan (sedunia) mendefinisikannya begitu. Dengan bimbingan guru, siswa diarahkan untuk dapat menyimpulkan bilangan akar kuadrat seperti berikut

Definisi

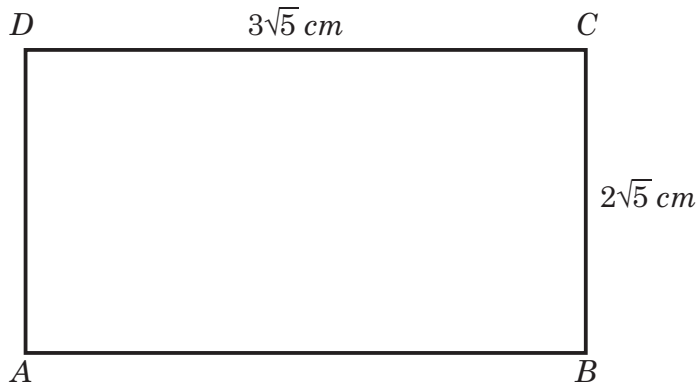
$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

dengan catatan a dan b keduanya positif serta n bilangan asli

2. Sifat-sifat Operasi Aljabar Bilangan bentuk Akar

Setelah siswa memahami konsep bilangan bentuk akar, selanjutnya siswa diminta untuk mencermati operasi penjumlahan bilangan bentuk akar untuk menentukan keliling bangun segi empat. Yang harus diperhatikan siswa adalah operasi pada bilangan berpangkat dapat dilakukan apabila memiliki bentuk akar yang sama, jika bentuk akar tidak sama maka tidak dapat dilakukan operasi penjumlahan dan pengurangan.

a. Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk akar

Siswa diminta untuk mencermati contoh operasi penjumlahan bentuk akar berikut

Tentukan keliling gambar tersebut?

Keliling segiempat $= AB + BC + CD + DA$

$$= 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$$
$$= (3 + 2 + 3 + 2)\sqrt{5}$$
$$= 10\sqrt{5}$$

Jadi keliling segiempat adalah $10\sqrt{5}\ cm$

Siswa diminta untuk menyimpulkan operasi bentuk akar.

Guru dapat memberikan bantuan dengan memberikan pertanyaan apakah operasi bentuk akar dapat dilakukan untuk semua bilangan bentuk akar? Operasi penjumlahan dan pengurangan hanya untuk bilangan bentuk akar yang bagaimana?

Siswa dapat menyimpulkan bahwa operasi penjumlahan dan pengurangan dapat dilakukan untuk bilangan bentuk akar yang sama misalnya $3\sqrt{5} + \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$ namun tidak bisa dioperasikan untuk bilangan bentuk akar yang tidak sama, misalnya $3\sqrt{3} + \sqrt{5} = 3\sqrt{3} + \sqrt{5}$

Setelah siswa mencermati contoh operasi penjumlahan bentuk akar, dengan berdiskusi, siswa diminta untuk melengkapi tabel berikut ini

Penjumlahan bentuk akar	Bentuk panjang	Kesimpulan
$2\sqrt{3}+6\sqrt{3}$	$(2+6)\sqrt{3}$	$8\sqrt{3}$
$7\sqrt{5}+8\sqrt{5}$	$(7+8)\sqrt{5}$	$15\sqrt{5}$
$9\sqrt{10}-3\sqrt{10}+6\sqrt{10}$	$(9-3+6)\sqrt{10}$	$12\sqrt{10}$
$12\sqrt{6}-8\sqrt{6}$	$(12-8)\sqrt{6}$	$4\sqrt{6}$
$10\sqrt{7}-2\sqrt{7}$	$(10-2)\sqrt{7}$	$8\sqrt{7}$
$10\sqrt{13}+\sqrt{13}-4\sqrt{13}$	$(10+1-4)\sqrt{13}$	$7\sqrt{13}$

Setelah siswa dapat melengkapi tabel, arahkan siswa untuk dapat membuat kesimpulan dari operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bentuk akar sebagai berikut

$$a\sqrt{m}+b\sqrt{m}=(a+b)\sqrt{m}$$
$$a\sqrt{m}-b\sqrt{m}=(a-b)\sqrt{m}$$

Selanjutnya siswa diminta untuk berdiskusi untuk menyelesaikan penjumlahan dengan bilangan akar yang berbeda, jika ada siswa yang mampu menyelesaikan soal tersebut, artinya siswa tersebut sudah mampu untuk mengubah bilangan bentuk akar yang berbeda menjadi bentuk akar yang sama dengan cara mengubah bilangan bentuk akar menjadi perkalian dua bilangan bentuk akar dan salah satunya dapat dikeluarkan dari bentuk akar menjadi bilangan bulat, sehingga diperoleh bilangan bentuk akar yang sama dan dapat dijumlahkan, seperti contoh pada halaman berikut.

1. $$\begin{aligned}5\sqrt{3}+2\sqrt{12} &= 5\sqrt{3}+2\sqrt{4\times 3}\\ &= 5\sqrt{3}+2\sqrt{4}\times\sqrt{3}\\ &= 5\sqrt{3}+2.2\times\sqrt{3}\\ &= 5\sqrt{3}+4\sqrt{3}\\ &= 9\sqrt{3}\end{aligned}$$

2. $$\begin{aligned}12\sqrt{2}-3\sqrt{8} &= 12\sqrt{2}-3\sqrt{4\times 2}\\ &= 12\sqrt{2}-3\sqrt{4}\times\sqrt{2}\\ &= 12\sqrt{2}-3.2\times\sqrt{2}\\ &= 12\sqrt{2}-6\sqrt{2}\\ &= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

Untuk memperkuat pemahaman siswa tentang mengubah bilangan bentuk akar, siswa diminta untuk menyelesaikan tabel berikut.

Bentuk akar	Bentuk Sederhana
$\sqrt{8}$	$\sqrt{8}=\sqrt{4\times 2}=\sqrt{4}\times\sqrt{2}=2\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$
$\sqrt{72}$	$\sqrt{72}=\sqrt{36\times 2}=\sqrt{36}\times\sqrt{2}=6\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$
$\sqrt{75}$	$\sqrt{75}=\sqrt{25\times 3}=\sqrt{25}\times\sqrt{3}=5\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}$
$\sqrt{128}$	$\sqrt{128}=\sqrt{64\times 2}=\sqrt{64}\times\sqrt{2}=8\times\sqrt{2}=8\sqrt{2}$
$\sqrt{147}$	$\sqrt{147}=\sqrt{49\times 3}=\sqrt{49}\times\sqrt{3}=7\times\sqrt{3}=7\sqrt{3}$

Selanjutnya siswa diminta untuk mencermati contoh operasi penjumlahan bilangan bentuk akar yang pertama dan kedua harus diganti dahulu sehingga menghasilkan bilangan bentuk akar yang sama

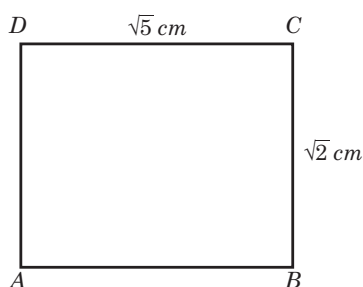
Contoh 1.7

Tentukan bentuk sederhana dari $2\sqrt{8}+6\sqrt{18}$

Alternatif jawaban:

$$\begin{aligned} 2\sqrt{8}+6\sqrt{18} &= 2\sqrt{4.2}+6\sqrt{9.2} \\ &= 2.2\sqrt{2}+6.3\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2}+18\sqrt{2} \\ &= (4+18)\sqrt{2} \\ &= 22\sqrt{2} \end{aligned}$$

b. Perkalian Bentuk Akar

Siswa diminta untuk memperhatikan perkalian bilangan bentuk akar dalam menentukan luar persegi panjang berikut

Tentukan luas dari persegi panjang tersebut?

Alternatif Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{Luas persegi panjang} &= \text{panjang} \times \text{lebar} \\ &= \sqrt{5}\times\sqrt{2} \\ &= \sqrt{10} \end{aligned}$$

Jadi luas persegi panjang adalah $\sqrt{10}\,cm^2$

Untuk selanjutnya, siswa diminta untuk menyelesaikan perkalian bentuk akar dalam tabel berikut.

Guru dapat memberikan beberapa bentuk pertanyaan kepada siswa agar mendorong siswa untuk berpikir untuk mencari bilangan yang dapat dikeluarkan dari akar

Tabel 1.8 Perkalian Bentuk Akar

Perkalian bentuk akar	Bentuk panjang	Bentuk sederhana
$2\sqrt{2} \times 2\sqrt{3}$	$(2 \times 2) \times \sqrt{2.3} = 4\sqrt{6}$	$4\sqrt{6}$
$3\sqrt{5} \times 5\sqrt{10}$	$(3 \times 5) \times \sqrt{5.10} = 15\sqrt{50}$ $= 15\sqrt{25} \times \sqrt{2} = 15 \times 5\sqrt{2}$	$45\sqrt{2}$
$4\sqrt{8} \times 3\sqrt{18}$	$4.2\sqrt{2} \times 3.3\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \times 9\sqrt{2}$ $= (8 \times 9) \times \sqrt{2 \times 2} = 72\sqrt{4} = 72 \times 2$	144
$3\sqrt{6} \times 6\sqrt{12}$	$3\sqrt{6} \times 6.2\sqrt{3} = 3\sqrt{6} \times 12\sqrt{3}$ $= (3 \times 12) \times \sqrt{6\,.\,3} = 36.3\sqrt{2}$	$108\sqrt{2}$
$4\sqrt{12} \times 7\sqrt{48}$	$4.2\sqrt{3} \times 7.4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \times 28\sqrt{3}$ $= (8 \times 28 \times 3)$	672

Dengan diskusi dan tanya jawab, guru dapat mengarahkan siswa untuk menemukan kesimpulan dari perkalian bentuk akar sehingga diperoleh kesimpulan sebagai berikut.

$$a\sqrt{p} \times b\sqrt{q} = a \times b\sqrt{p \times q}$$

dengan a, b, p, q bilangan bulat, p dan q positif

c. Pembagian Bentuk Akar

Siswa diminta untuk melengkapi tabel pada halaman berikut ini

Tabel 1.9 Perkalian Bentuk Akar

Pembagian bentuk akar	Bentuk panjang	Bentuk sederhana
$\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{\frac{30}{3}} = \sqrt{10}$	$\sqrt{10}$
$\frac{10\sqrt{24}}{4\sqrt{3}}$	$\frac{20\sqrt{6}}{4\sqrt{3}} = 5\sqrt{\frac{6}{3}}$	$5\sqrt{2}$
$\frac{6\sqrt{54}}{3\sqrt{2}}$	$\frac{18\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} = 6\sqrt{\frac{6}{2}}$	$6\sqrt{3}$
$\frac{2\sqrt{108}}{4\sqrt{3}}$	$\frac{12\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = 3\sqrt{\frac{3}{3}}$	3
$\frac{6\sqrt{96}}{3\sqrt{3}}$	$\frac{24\sqrt{6}}{3\sqrt{3}} = 8\sqrt{\frac{6}{3}}$	$8\sqrt{2}$

Jika siswa masih belum dapat menemukan sendiri kesimpulan pembagian bentuk akar, guru dapat memberi tambahan contoh lain dan pertanyaan yang dapat mengarah pada kesimpulan berikut

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

dengan a dan b bilangan riil positif

Berdasarkan pengalaman dari perkalian bentuk akar, siswa diminta untuk berpikir dan mencermati contoh 1.8 (Buku Siswa) untuk menemukan kesimpulan pembagian bentuk akar sebagai berikut.

a. $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = 2$

b. $\frac{9\sqrt{24}}{3\sqrt{3}} = \frac{9}{3}\sqrt{\frac{24}{3}} = 3\sqrt{8} = 3\sqrt{4.2} = 3.2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

Jawaban Soal Latihan 1.2

1. Sederhanakan bentuk akar berikut ini.

   a. $3\sqrt{2}+5\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

   b. $7\sqrt{5}+8\sqrt{5}=15\sqrt{5}$

   c. $20\sqrt{6}+12\sqrt{6}=32\sqrt{6}$

   d. $-12\sqrt{3}-8\sqrt{3}=-20\sqrt{3}$

   e. $6\sqrt{8}+5\sqrt{2}=17\sqrt{2}$

   f. $10\sqrt{12}+7\sqrt{3}=27\sqrt{3}$

   g. $9\sqrt{20}-8\sqrt{5}=10\sqrt{5}$

   h. $15\sqrt{48}-4\sqrt{12}=52\sqrt{3}$

   i. $8\sqrt{125}-6\sqrt{45}=22\sqrt{5}$

   j. $3\sqrt{216}-7\sqrt{54}=-3\sqrt{6}$

2. Coba sederhanakan bentuk akar berikut

   a. $3\sqrt{2}\times 6\sqrt{6}=36\sqrt{3}$

   b. $4\sqrt{3}\times 5\sqrt{8}=40\sqrt{2}$

   c. $3\sqrt{5}\times 8\sqrt{10}=120\sqrt{2}$

   d. $5\sqrt{6}\times 7\sqrt{8}=140\sqrt{3}$

   e. $9\sqrt{6}\times 7\sqrt{12}=378\sqrt{2}$

3. Sederhanakan pembagian bentuk akar berikut

   a. $\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}=\sqrt{6}$

   b. $\dfrac{2\sqrt{20}}{\sqrt{5}}=4$

   c. $\dfrac{\sqrt{72}}{3\sqrt{2}}=2$

   d. $\dfrac{8\sqrt{45}}{2\sqrt{5}}=12$

   e. $\dfrac{12\sqrt{108}}{4\sqrt{3}}=18$

4. Sederhanakan bentuk berikut ini

   a. $5\sqrt{2} \times 2\sqrt{8} + 7\sqrt{2} \times 2\sqrt{18} = 124$

   b. $3\sqrt{8} \times 2\sqrt{50} + 24\sqrt{12} \,:\, 2\sqrt{3} = 144$

   c. $\dfrac{2\sqrt{50} + 4\sqrt{8}}{2\sqrt{32}} = \dfrac{9}{4}$

   d. $\dfrac{5\sqrt{3} + 3\sqrt{27}}{2\sqrt{3}} = 7$

   e. $\dfrac{2\sqrt{5} \times 5\sqrt{10}}{2\sqrt{2}} = 25$

5. Persegi panjang mempunyai panjang $10\sqrt{72}\ cm$ dan lebar $4\sqrt{8}\,cm$ Tentukan luas dan keliling persegi panjang tersebut. Tulislah jawaban kalian dalam bentuk yang paling sederhana

   Luas = 960 cm^2, Keliling $= 136\sqrt{2}\,cm$

3. Merasionalkan Penyebut

Guru menggali informasi tentang pemahaman bilangan rasional dan bilangan irasional, guru dapat mengingatkan kembali dengan memberikan contoh dan bukan contoh bilangan rasional dan bilangan irasional. Siswa dibiarkan untuk berpikir menemukan alasan mengapa bilangan disebut bilangan rasional dan mengapa bilangan disebut bilangan irasional. Diharapkan siswa mampu membedakan bilangan rasional dan irasional serta dapat memberikan contoh bilangan rasional dan irasional.

Bilangan bentuk akar ada yang berupa bilangan irasional, yaitu bilangan riil yang tidak bisa dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ dengan a dan b bilangan bulat, b tidak nol. Dengan kata lain bilangan irasional adalah bilangan riil yang hasil baginya tidak berhenti. Contoh $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5} \cdots$

Pecahan bentuk akar yang merupakan bilangan irasional seperti $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{3}{\sqrt{5}}, \frac{2}{3+\sqrt{3}}, \frac{5}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} \ldots\ldots$

Agar bilangan bentuk akar yang berupa bilangan irasional dapat menjadi bilangan rasional, dengan cara mengalikan dengan bentuk akar sekawannya

Untuk selanjutnya, guru dapat mengidentifikasi beberapa bentuk akar sekawan sebagai berikut

1. Pasangan bentuk akar sekawan dari $\sqrt{a}$ adalah $\sqrt{a}$ karena $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$
2. Pasangan bentuk akar sekawan dari $(a+\sqrt{b})$ adalah $(a-\sqrt{b})$, karena $(a+\sqrt{b})(a-\sqrt{b}) = a^2 - b$
3. Pasangan bentuk akar sekawan dari $(\sqrt{a}+\sqrt{b})$ adalah $(\sqrt{a}-\sqrt{b})$, karena $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b}) = (a-b)$

Berikutnya siswa diminta untuk membentuk kelompok yang terdiri dari 3 – 5 siswa, kemudian guru memberikan 4 jenis soal merasionalkan penyebut, seperti contoh dengan masing-masing bentuk 2 soal untuk didiskusikan bersama kelompoknya. Setelah itu masing-masing kelompok diminta untuk mempresentasikan hasilnya. Guru membimbing siswa yang mengalami kesulitan dalam merasionalkan penyebut dan dapat diberikan tambahan soal agar siswa memiliki keterampilan dalam merasionalkan penyebut. Sambil berdiskusi, siswa juga diminta untuk mengamati dan mencermati contoh merasionalkan bentuk akar sebagai berikut

Contoh 1.9

Penyebut berbentuk $\sqrt{a}$

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3}\end{aligned}$$

Contoh 1.10

Penyebut berbentuk $(a+\sqrt{b})$

$$\frac{6}{5+\sqrt{3}} = \frac{6}{5+\sqrt{3}} \times \frac{5-\sqrt{3}}{5-\sqrt{3}}$$
$$= \frac{6(5-\sqrt{3})}{(5+\sqrt{3})(5-\sqrt{3})}$$
$$= \frac{30-6\sqrt{3}}{25-\sqrt{9}}$$
$$= \frac{30-6\sqrt{3}}{25-3}$$
$$= \frac{30-6\sqrt{3}}{22} = \frac{15-3\sqrt{3}}{11}$$

Contoh 1.11

Penyebut berbentuk $(\sqrt{a}+\sqrt{b})$

$$\frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$$
$$= \frac{4(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}$$
$$= \frac{4\sqrt{7}-4\sqrt{5}}{\sqrt{49}-\sqrt{25}}$$
$$= \frac{4\sqrt{7}-4\sqrt{5}}{2}$$
$$= 2\sqrt{7}-2\sqrt{5}$$

Contoh 1.12

Penyebut berbentuk $(\sqrt{a}-\sqrt{b})$

$$\frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$$

$$\frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(3+\sqrt{5})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}$$

$$= \frac{3\sqrt{6}+3\sqrt{2}+\sqrt{5}\sqrt{6}+\sqrt{5}\sqrt{2}}{\sqrt{36}-\sqrt{4}}$$

$$= \frac{3\sqrt{6}+3\sqrt{2}+\sqrt{30}+\sqrt{10}}{6-2}$$

$$= \frac{3\sqrt{6}+3\sqrt{2}+\sqrt{30}+\sqrt{10}}{4}$$

Untuk mengetahui pemahaman siswa dalam merasionalkan penyebut, guru dapat memberi soal kepada siswa untuk dikerjakan secara individu, misalnya dengan memberikan soal berikut

Ayo Mencoba

Kunci Jawaban

1. $\frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{1}{2}\sqrt{6}$
2. $\frac{5}{2\sqrt{10}} = \frac{1}{4}\sqrt{10}$
3. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \frac{1}{6}\sqrt{30}$
4. $\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{7}} = \frac{1}{35}\sqrt{21}$
5. $\frac{4}{\sqrt{18}} = \frac{2}{3}\sqrt{2}$
6. $\frac{10}{\sqrt{50}} = \sqrt{2}$
7. $\frac{\sqrt{8}}{2\sqrt{20}} = \frac{1}{10}\sqrt{10}$
8. $\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{1}{5}\sqrt{15}$
9. $\sqrt{\frac{18}{27}} = \frac{1}{3}\sqrt{6}$
10. $\frac{2\sqrt{12}}{5\sqrt{50}} = \frac{2}{25}\sqrt{6}$
11. $\frac{3}{4+\sqrt{2}} = \frac{12-3\sqrt{2}}{14}$
12. $\frac{5}{5+2\sqrt{3}} = \frac{25-10\sqrt{3}}{13}$
13. $\frac{7}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} = 7(\sqrt{6}+\sqrt{5})$
14. $\frac{3}{\sqrt{5}+1} = \frac{9\sqrt{2}-1}{44}$

15. $\frac{5}{3\sqrt{3}-\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{5}-5}{4}$

16. $\frac{\sqrt{6}}{3-3\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{6}+6\sqrt{3}}{7}$

17. $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-3\sqrt{2}}{6}$

18. $\frac{2\sqrt{6}}{5\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{2}+30}{25}$

19. $\frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{7}+5\sqrt{2}+\sqrt{35}+\sqrt{10}}{5}$

20. $\frac{3+3\sqrt{6}}{4\sqrt{5}-2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{5}+2\sqrt{30}+2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{12}$

Selanjutnya, setelah siswa mampu merasionalkan penyebut, guru dapat memberikan tambahan soal pengayaan kepada siswa yang memiliki kemampuan yang tinggi dan memberikan bimbingan kepada siswa ynag masih mengalami kesulitan dalam merasionalkan penyebut.

C. Penulisan Bentuk Baku

Siswa diminta untuk membaca dan memahami tentang penulisan bentuk baku yang ada di Buku Siswa. Guru memberikan pertanyaan tentang cara menuliskan bentuk baku dan manfaat penulisan bentuk baku dalam kehidupan sehari-hari. Siswa juga diminta untuk mencari contoh lain penulisan bentuk baku dalam kehidupan sehari-hari.

Untuk memahami lebih jauh tentang penulisan bentuk baku siswa diminta untuk melengkapi tabel berikut.

Penulisan Bentuk biasa	Penulisan bentuk baku
40.000.000.000	4×10^{10}
456.000.000	$4{,}56 \times 10^{8}$
0,00004	4×10^{-4}
0,0000000796	$7{,}96 \times 10^{-8}$
38.564.000	$3{,}8564 \times 10^{7}$
2.903.000.000	$2{,}903 \times 10^{9}$
203.400.000.000	$2{,}034 \times 10^{11}$
0,00000907	$9{,}07 \times 10^{-6}$
0,0000000000745	$7{,}45 \times 10^{-11}$
0,000000009045	$9{,}045 \times 10^{-9}$

Setelah siswa melengkapi tabel, siswa diarahkan untuk menarik kesimpulan penulisan bentuk baku dalam bentuk umum sebagai berikut.

penulisan bentuk baku dari bilangan positif dapat ditulis dengan

$$a \times 10^n \text{ dengan } 1 < a < 10$$

Siswa diminta untuk mencermati cara menuliskan bentuk baku dalam contoh berikut ini

Contoh soal 13

Tulislah dalam bentuk biasa

1. $2,3 \times 10^6$
2. $5,89 \times 10^{-9}$

Alternatif jawaban:

1. $2,3 \times 10^6 = 2,3 \times 1000000 = 2.300.000$
2. $5,89 \times 10^{-9} = 5,89 \times \frac{1}{1000000000} = 0,00000000589$

Untuk mengetahui pemahaman siswa tentang penulisan bentuk baku, siswa diminta untuk mengerjakan soal latihan berikut. Guru dapat memberikan pilihan soal yang tepat untuk siswa.

Jawaban Soal Latihan 1.3

1. Tulislah bilangan berikut dalam bentuk biasa
   a. $2,5 \times 10^8 = 250.000.000$
   b. $4,58 \times 10^{10} = 45.800.000.000$
   c. $9,0387 \times 10^{-8} = 0,000000090387$
   d. $2,0007 \times 10^{-4} = 0,000200007$
   e. $1,56004 \times 10^{-1} = 0,1566004$

2. Tulislah bilangan berikut dalam bentuk baku

   a. $34.000.000.000 = 3{,}4 \times 10^{10}$

   b. $890000000000 = 8{,}9 \times 10^{11}$

   c. $0{,}00000000783 = 7{,}83 \times 10^{-9}$

   d. $0{,}000000392 = 3{,}92 \times 10^{-7}$

   e. $0{,}0303929 = 3{,}03929 \times 10^{-2}$

3. Sederhanakan bentuk berikut

   a. $(2 \times 10^6) \times (8 \times 10^4) = 1{,}6 \times 10^{11}$

   b. $(8 \times 10^{10}) : (1{,}2 \times 10^{-5}) = 6{,}67 \times 10^{15}$

   c. $\dfrac{(1{,}5 \times 10^3) \times (8 \times 10^3)}{(2 \times 10^3)} = 6 \times 10^3$

4. Satu karung berisi beras memiliki berat 50 kg. Jika diasumsikan berat tiap-tiap butir beras adalah sama, yaitu 5×10^{-3} gram. Berapakah banyak butir beras dalam karung tersebut? Tuliskan jawaban kalian dalam bilangan berpangkat sederhana.

   Jawab : diperkirakan banyak butir beras adalah 1×10^7 butir beras.

5. Dwi Puji Lestari membeli flashdisk berkapasitas 64 GB, dan yang bisa digunakan adalah 92% Tentukan berapa Byte kapasitas flashdisk yang dapat digunakan? (1 GB = 2^{30} Byte)

   Jawab : $64 \times 2^{30} \times 92\% = 58{,}88 \times 2^{30}$ byte

6. Kecepatan cahaya adalah 3×10^8 m/detik. Berapa km cahaya bergerak dalam waktu 6 jam? Tulislah jawaban kalian dalam bentuk baku

   Jawab : $21.600 \times 3 \times 10^8\ m = 6{,}48 \times 10^{12}\ m = 6{,}48 \times 10^9\ km$

Refleksi

Setelah kalian mempelajari Bab ini, sekarang coba lakukan refleksi apakah kalian

1. Dapat memahami sifat-sifat bilangan berpangkat
2. Dapat menyelesaikan operasi bilangan berpangkat

3. Dapat menyelesaikan operasi bilangan bentuk akar
4. Dapat merasionalkan penyebut bentuk akar
5. Dapat menulis bilangan dalam Bentuk Baku

Alternatif Penyelesaian Uji Kompetensi 1

1. Tulislah dalam bentuk pangkat yang paling sederhana

   a. $\frac{20}{625} = \frac{2^2}{5^3}$

   b. $\frac{75}{243} = \frac{5^2}{3^4}$

   c. $\frac{128}{729} = \frac{2^7}{3^6}$

   d. $\frac{3125}{1296} = \frac{5^5}{6^4}$

2. Sederhanakan bentuk perpangkatan berikut

   a. $\frac{0,5^9 \times 0,5^2}{0,5^5}$

   b. $\frac{(-6)^9 \times (-6)^{18}}{(-6)^{-5}}$

   c. $3^6 + 2^{18}$

   d. $\frac{3^4 + 3^3}{3^6}$

3. Tentukan hasil perpangkatan berikut ini

   a. $\frac{2^3 \times 3^2}{6^2} = 2$

   b. $\frac{5^3 \times 3^3}{3 \times 5^2} = (-6)^{45}$

   c. $\frac{32^2 + 8^2}{8^2} = 3^6 + 2^{17}$

   d. $\frac{4 \times 15^2 + 3 \times 10^2}{10^2} = 3^{2+3}$

4. Sederhanakan bentuk perpangkatan berikut

   a. $8^3 \times 2^5 \times 10^{-6} = 1,6384 \times 10^{-2}$

   b. $(0,6^3 \times 10^{-3}) - (0,5^2 \times 10^{-8}) = 2,159975 \times 10^{-4}$

   c. $(2,16 \times 10^7) : (0,6^2 \times 10^{-10}) = 6 \times 10^{17}$

   d. $2,43 \times 10^{-6} \times 0,3^2 \times 10^{-5} \times 1000000 = 2,187 \times 10^{-4}$

5. Jika a = 32 dan b = 243. Tentukan hasil operasi dalam bentuk perpangkatan yang paling sederhana

   a. $2a \times 3b = 2^6 \times 3^6$

   b. $(2a)^2 + (3b)^{-3} = 2^{12} \times 3^{-18}$

c. $\frac{a^3 \times 3b^2}{(ab)^2} = 2^5 \times 3$

d. $2\sqrt{a} + 3\sqrt{b} = 8\sqrt{2} + 27\sqrt{3}$

6. Rasionalkan bentuk akar berikut ini

   a. $\frac{5}{\sqrt{8}} = \frac{4\sqrt{2}}{4}$

   b. $\frac{3\sqrt{6}}{5\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

   c. $\frac{\sqrt{8}}{5 + 2\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2} - 8}{17}$

   d. $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{18} + \sqrt{5}} = \frac{12 - 2\sqrt{10}}{13}$

   e. $\frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3\sqrt{5} - \sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{10} + 2\sqrt{3} + 6\sqrt{15} + 6\sqrt{2}}{39}$

7. Nabila membeli paket internet dengan kapasitas 6 GB, berlaku selama 30 hari. (1 GB = 1×10^6 KB)

   a. Berapakah KB kapasitas rata-rata tiap hari yang digunakan Nabila agar cukup selama sebulan?

      Jawab : 2×10^5 KB

   b. Jika pada bulan berikutnya Nabila membeli lagi 12 GB, berapa KB rata-rata kapasitas yang digunakan Nabila setiap hari agar cukup selama 2 bulan?

      Jawab : 3×10^5 KB

8. Setiap orang yang akan donor darah berisi 0,5 liter darah.

   a. Setiap 1 ml darah terdapat $2{,}5 \times 10^4$ sel darah putih, berapa banyak sel darah putih jika ada 10 orang yang donor darah?

      Jawab : $1{,}25 \times 10^8$ sel darah putih

   b. Setiap 1 ml darah terdapat $7{,}5 \times 10^8$ sel darah merah, berapa banyak sel darah merah dalam 6 hari apabila setiap hari ada 5 orang yang donor darah?

      Jawab: $1{,}125 \times 10^{13}$ sel darah merah

9. Ada berapa detik selama 100 tahun, jika 1 tahun sama dengan 365 hari? Tulislah jawaban kalian dalam bentuk baku.

   Jawab : $3{,}1536 \times 10^9$ detik

10. Pak Amin memiliki kolam renang dengan ukuran panjang $12\sqrt{12}\,m$ dan lebar $6\sqrt{27}\,m$ dan memiliki kedalaman $2m$. Jika kolam terisi 85% air, tentukan berapa liter volume air yang ada?

    Jawab : $2{,}2032 \times 10^6$ liter

Pengayaan

1. $\dfrac{2^{2023} \times 2^{2024} \times 2^{2025}}{32} = 2^a$ Tentukan nilai dari a

   Jawab: Nilai a adalah 6.067

2. Perhatikan tabel berikut

Jenis Truk	Kapasitas angkut(kg)
Tronton Wingbox	$1{,}8 \times 10^4$
Tronton	$1{,}5 \times 10^4$
Fuso Berat	8×10^3
Fuso Ringan	5×10^3
Doble Engkel	2×10^3
Engkel Box	$2{,}2 \times 10^3$
Picup	8×10^2
Van	$7{,}2 \times 10^2$

Sumber: https://www.deliveree.com/id/jenis-truk-dan-kapasitasnya-ukuran-dan-dimensi/

Tabel diatas menunjukkan jenis truk dan kapasitas angkutnya.

a. Tumpukan pasir memiliki berat sekitar 6×10^4 kg. Jika semua jenis truk mampu mengangkut penuh, tentukan jenis truk apa yang digunakan untuk mengangkut pasir agar tidak ada pasir yang tersisa?

   Jawab : $6 \times 10^4\ kg = 60.000\ kg$

   ada beberapa kemungkinan untuk mengangkut pasir seberat $60.000\ kg$ alternatifnya adalah

   - Tronton 4 kali angkut
   - Fuso ringan 12 kali angkut
   - Doble engkel 15 kali angkut
   - tronton 2 kali angkut dan fuso 2 kali angkut

   siswa diarahkan untuk mencari alternatif jawaban yang lainnya

b. Jika semua truk mampu mengangkut sesuai dengan kapasitasnya, berapa ton pasir yang mampu diangkut dengan oleh truk tronton dan truk fuso Berat jika masing-masing mengangkut sebanyak 8 kali.

   Jawab : Truk Tronton dan Truk Fuso Berat :

   $(1{,}5 \times 10^5 + 8 \times 10^4) \times 8 = 1{,}84 \times 10^2$ ton pasir

c. Jika Truk Tronton Wingbox mengangkut pasir sebanyak 5 kali, tentukan berapa ton pasir yang mampu diangkut? Jika pasir tersebut diangkut oleh truk Doble Engkel, berapa kali Doble Engkel mampu mengangkut pasir tersebut sampai habis?

   Jawab : Truk Tronton Wingbox : $5 \times 1{,}8 \times 10^5 = 9 \times 10^5$

   $9 \times 10^5 : 4 \times 10^4 = 22{,}5$ kali

d. Jika semua jenis truk mengangkut pasir sebanyak 3 kali, tentukan berapa ton pasir yang mampu diangkut?

   Jawab : $1{,}33056 \times 10^3$ ton

3. Seorang guru bidang Kesiswaan ingin mengirim pengumuman yang penting dan cepat kepada semua siswa di sekolahnya. Dia mulai mengirim pengumuman pesan berantai WA kepada 5 siswa, selanjutnya 5 siswa tadi mengirim pengumuman pesan berantai

kepada 5 siswa yang lainnya, demikian seterusnya. Waktu yang diperlukan untuk mengirim pesan berantai WA kepada 5 siswa adalah 15 detik.

a. Berapa siswa yang sudah menerima pengumuman lewat WA dalam waktu 1 menit

   Jawab : 625 siswa

b. Berapa waktu minimal yang dibutuhkan agar pengumuman lewat pesan WA tersebut sudah diterima 3000 siswa

   Jawab: 75 detik

c. Ahmad beranggapan bahwa pesan berantai kepada 5 siswa dalam waktu 15 detik lebih cepat daripada pesan berantai kepada 3 siswa dalam waktu 10 detik dalam waktu satu menit? Jelaskan

   Jawab:

   5 siswa selama 15 detik dalam waktu 1 menit berarti $5^4 = 625$

   3 siswa selama 10 detik dalam waktu 1 menit berarti $3^6 = 729$

   Ternyata pesan berantai 3 siswa selama 10 detik dalam lebih banyak daripada pesan berantai 5 siswa selama 15 detik dalam waktu 1 menit

4. Menurut para ahli Astronomi gaya gravitasi planet berbeda-beda seperti pada tabel berikut

Planet	Gaya Gravitasi
Merkuri	0,38
Venus	0,91
Bumi	1,00
Mars	0,38
Jupiter	2,34
Saturnus	1,06

Planet	Gaya Gravitasi
Uranus	0,92
Neptunus	1,19
Pluto	0,06

Sumber https://www.kompas.com/sains/read

a. Jika kalian memiliki berat 68 kg, maka berat tubuh kalian akan menjadi 159 kg di planet Jupiter, di Mars kalian akan memiliki berat 26 kg. Tentukan bagaimana cara menentukan berat badan di di planet lain?

   Jawab : Dengan cara mengalikan berat badan dengan gaya grafitasi planet, misalnya

   Berat badan di Jupiter adalah $68 \times 2{,}34 = 159\ kg$

   Berat badan di Mars adalah $68 \times 0{,}38 = 26\ kg$

b. Jika Arman berat badan di Bumi 58 kg, berapa berat badan Arman di planet Venus?

   Jawab : $52{,}78\ kg$

c. Coba selidiki mana yang antara $60\ kg$ di venus dengan $50\ kg$ di saturnus?

   Berat badan di Venus adalah $60 \times 0{,}91 = 54{,}6\ kg$

   Berat badan di Saturnus adalah $50 \times 1{,}06 = 53\ kg$

   Yang paling berat adalah $60\ kg$ di Venus

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Republik Indonesia, 2022

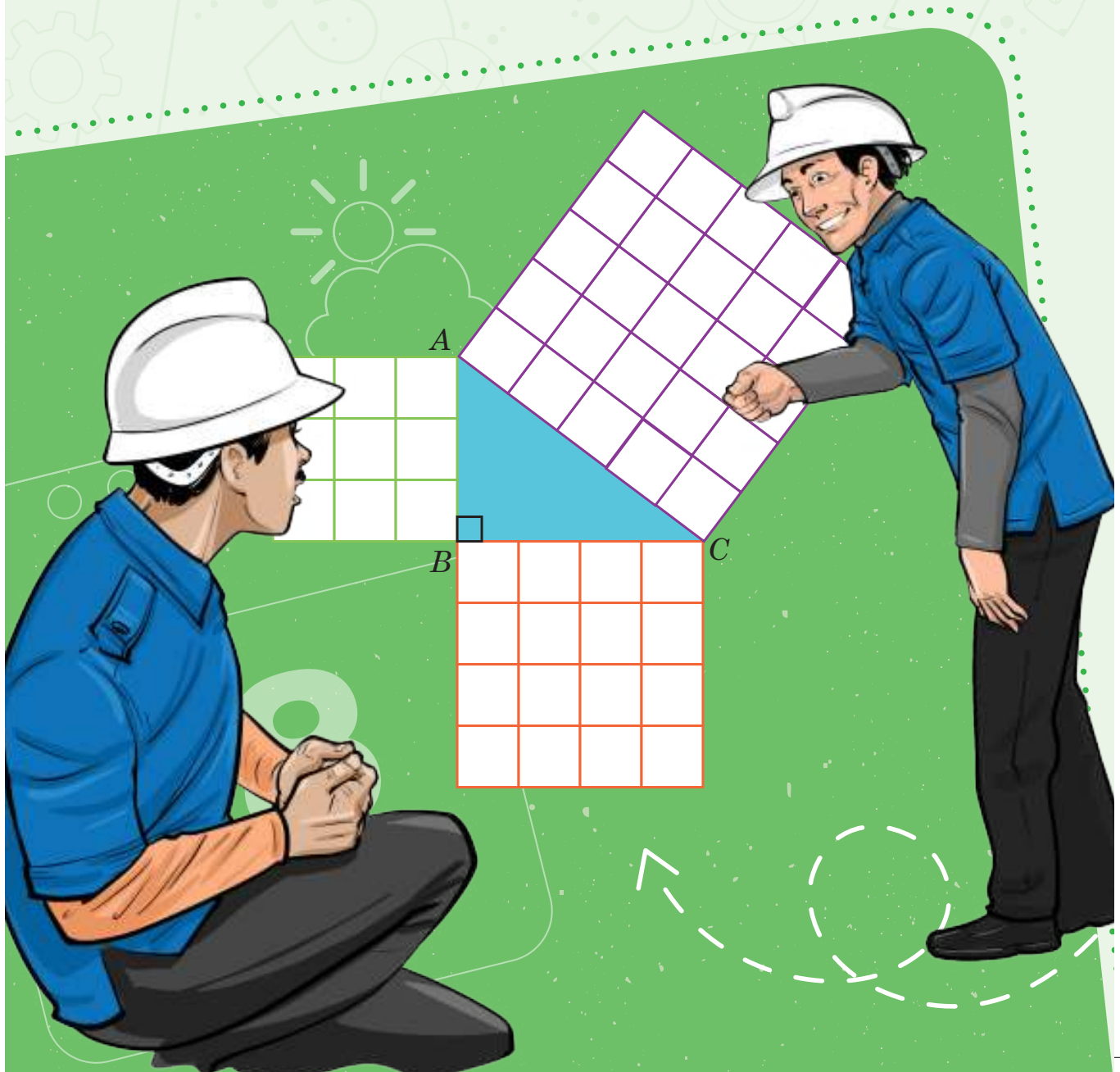
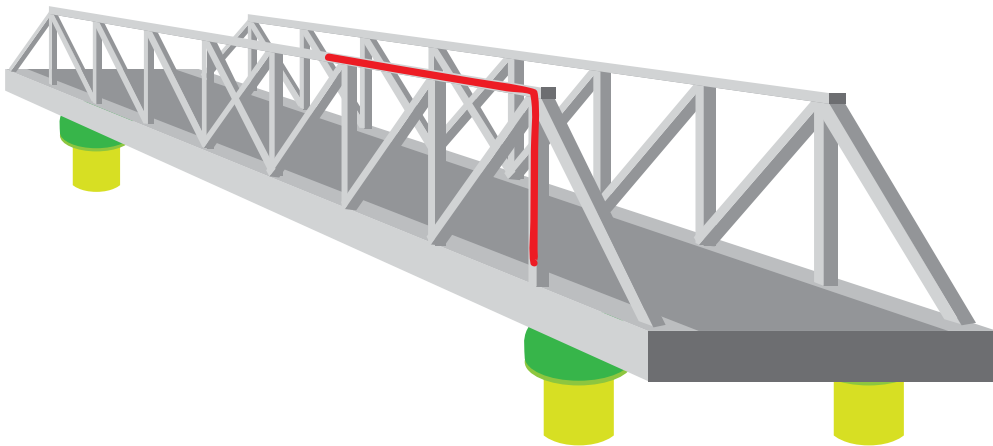
Buku Panduan Guru Matematika untuk SMP/MTs Kelas VIII

Penulis: Mohammad Tohir, dkk.
ISBN: 978-602-427-902-8 (Jil.2)

Bab 2
TEOREMA PYTHAGORAS

A

B

C

Pengantar bab

Gambar 2.1 Jembatan Kanor-Rengel di Kabupaten Bojonegoro

Jembatan Kanor-Rengel melintasi Bengawan Solo dan menghubungkan Kecamatan Kanor dan Kecamatan Rengel. Pembangunan jembatan Kanor-Rengel dimaksudkan untuk mendukung akses masyarakat. Keberadaan jembatan memungkinkan pergerakan orang dan memberikan dampak positif bagi kegiatan di berbagai sektor seperti pertanian, perdagangan, pariwisata dan pendidikan. Jembatan ini terbuat dari baja sebagai bahan utama dan strukturnya terutama segitiga siku-siku. Bentuk segitiga siku-siku, salah satunya ditunjukkan oleh garis merah pada Gambar 2.1. Ilustrasi di atas menunjukkan penerapan teorema Pythagoras dalam kehidupan sehari-hari, paling sering digunakan dalam konstruksi bangunan, baik jembatan maupun rumah.

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari bab ini, diharapkan kalian dapat:

- √ Menganalisis beberapa informasi untuk membuktikan teorema Pythagoras
- √ Membuat pembuktian berupa skema atau prosedur terhadap rumus teorema Pythagoras
- √ Menentukan panjang sisi segitiga menggunakan teorema Pythagoras
- √ Membandingkan sisi pada segitiga siku-siku istimewa
- √ Menemukan bentuk tripel Pythagoras
- √ Menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari terkait penerapan teorema Pythagoras
- √ Menentukan jarak antara dua titik dalam koordinat Cartesius (pengayaan)

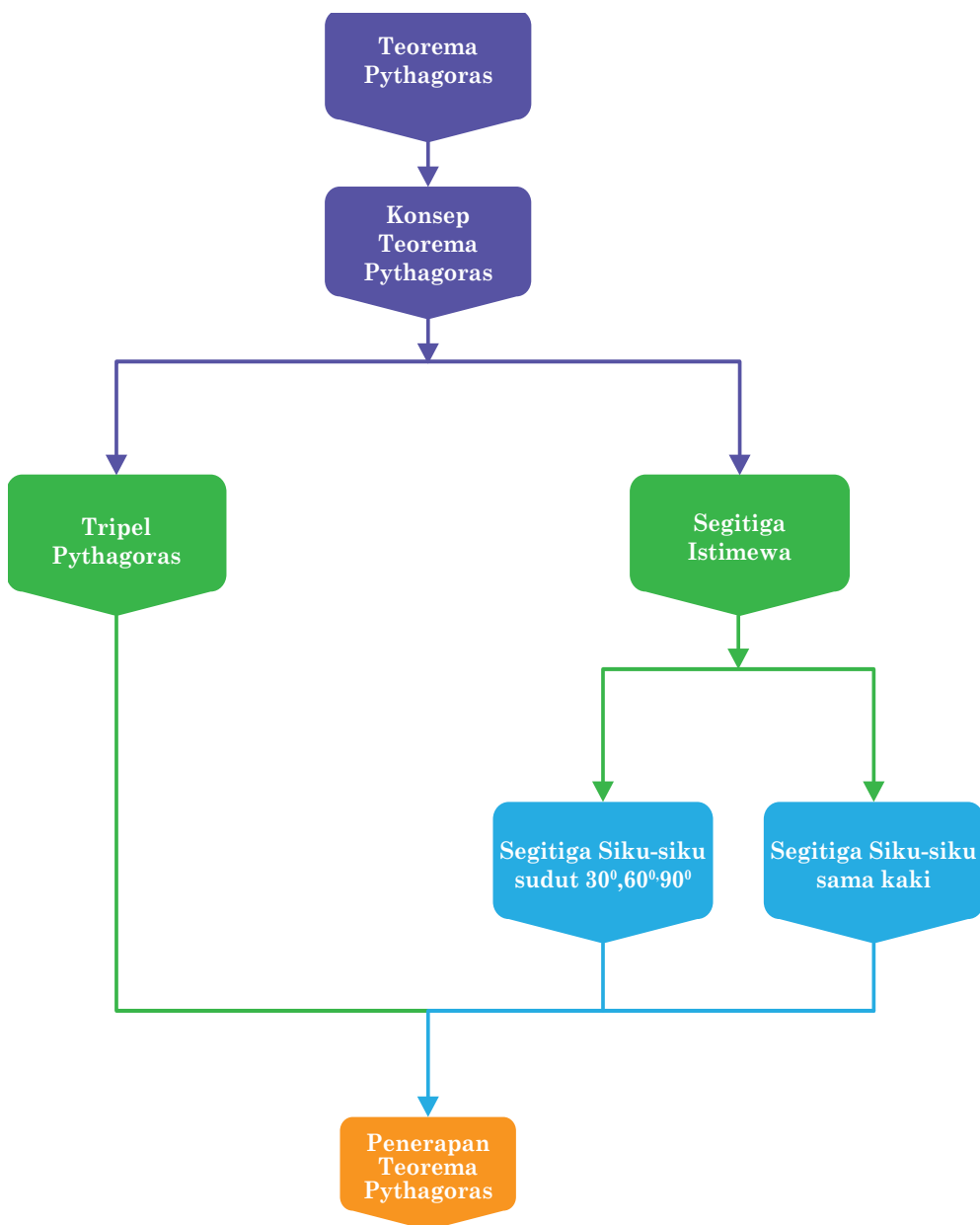
Pertanyaan Pemantik

- Apakah nilai akar kuadrat dari suatu bilangan positif dapat ditemukan?
- Bagaimana aturan teorema Pythagoras berlaku untuk segitiga siku-siku?
- Apakah teorema Pythagoras hanya berlaku untuk segitiga siku-siku istimewa?
- Apa perbedaan antara tripel Pythagoras dan tripel Pythagoras?
- Bagaimana cara menentukan jarak dari satu titik ke titik lainnya?

Kata Kunci

Bilangan kuadrat, Segitiga siku-siku, teorema Pythagoras, koordinat Cartesius

Peta Konsep

Teorema Pythagoras
Konsep Teorema Pythagoras
Tripel Pythagoras
Segitiga Istimewa
Segitiga Siku-siku sudut 30⁰,60⁰,90⁰
Segitiga Siku-siku sama kaki
Penerapan Teorema Pythagoras

Gambaran Umum Bab

Bab ini bertujuan untuk membangun kemampuan siswa dalam melakukan pembuktian terkait Teorema Pythagoras, menemukan tripel Pythagoras, menunjukkan karakteristik dari segitiga istimewa, serta dapat menerapkan teorema Pythagoras dalam kehidupan sehari-hari.

Pada subbab A membahas terkait menemukan konsep dari teorema Pythagoras yang bertujuan untuk menganalisis beberapa informasi dalam rangka membuktikan Teorema Pythagoras, selain itu juga siswa diharapkan dapat melakukan pembuktian berupa skema atau prosedur terhadap rumus dari Teorema Pythagoras. Subbab B bertujuan untuk menghitung hipotenusa dan sisi segitiga siku-siku yang lainnya menggunakan Teorema Pythagoras, serta dapat membuat kesimpulan dari berbagai aktivitas terkait kelompok bilangan yang merupakan Tripel Pythagoras. Selanjutnya, menentukan panjang sisi segitiga menggunakan Teorema Pythagoras dan membandingkan sisi pada segitiga siku-siku istimewa merupakan aktivitas yang dilakukan siswa supaya mengenal lebih jauh terkait pemanfaatan Teorema Pythagoras yang secara lengkap dibahasa pada subbab C. subbab D menjadi bagian terakhir dalam buku ini yang diharapkan bahwa siswa dapat menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari menggunakan Teorema Pythagoras, siswa juga diharapkan dapat menerapkan Teorema Pythagoras untuk mencari jarak dari antara dua titik pada bidang koordinat Cartesius.

Pemahaman terkait Teorema Pythagoras diawali dengan memahami bentuk kuadrat dan akar kuadrat yang merupakan lanjutan dari pemahaman materi sebelumnya. Pada Bab 2 ini diberikan beberapa pemahaman mendalam melalui aktivitas yang dapat menunjang siswa lebih memahami penerapan matematika dalam kehidupan serta penerapan pada ilmu pengetahuan lain yang serumpun, misalkan Fisika, Biologi, Kimia, dan Sosiologi.

Skema Pembelajaran

Subbab	Alokasi Waktu	Tujuan Pembelajaran	Pokok Materi	Kata Kunci	Metode dan Aktivitas
Menemukan Konsep Pythagoras	4 JP	• Menganalisis beberapa informasi untuk membuktikan teorema Pythagoras • Membuat pembuktian berupa skema atau prosedur terhadap rumus teorema Pythagoras	Teorema Pythagoras, menemukan konsep Pythagoras dan membuktikan teorema Pythagoras	Segitiga siku-siku, Pythagoras, bilangan pangkat, bilangan akar	• *Discovery learning* • Eksplorasi • Diskusi berkelompok
Tripel Pythagoras	6 JP	• Menghitung hipotenusa dan sisi segitiga siku-siku lainnya dengan teorema Pythagoras • Menentukan tripel Pythagoras	Menemukan panjang hipotenusa, memilih dan membuktikan tripel Pythagoras	Hipotenusa, tripel Pythagoras	• *Penemuan terbimbing* • Eksplorasi • Unjuk kerja • Diskusi berpasangan
Segitiga Istimewa	4 JP	• Menentukan panjang sisi segitiga menggunakan teorema Pythagoras • Membandingkan sisi pada segitiga siku-siku istimewa	Menghitung panjang sisi segitiga menggunakan teorema Pythagoras dan perbandingan sisi segitiga	Segitiga siku-siku, segitiga istimewa	• *Discovery learning* • Eksplorasi • Diskusi berkelompok
Penerapan Teorema Pythagoras	6 JP	• Menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari mengenai penerapan teorema Pythagoras • Menerapkan teorema Pythagoras untuk mencari jarak dari antara dua titik pada bidang koordinat Cartesius	Menyelesaikan permasalahan matematika dalam kehidupan sehari-hari menggunakan teorema Pythagoras	Teorema Pythagoras, bodang Cartesius, jarak	• *Discovery learning* • Eksplorasi • Diskusi berkelompok • Proyek

Apersepsi

Kegiatan pada Bab 2 diawali dengan mengajak siswa untuk mengingat kembali materi terkait perkalian berulang atau bilangan berpangkat yang sudah dijelaskan pada bab sebelumnya. Selanjutnya guru mengajak siswa untuk menemukan bentuk bilangan dengan perkalian berulang dan hasil dari bilangan berpangkat.

A. Menemukan Konsep Pythagoras

Ayo Mengingat Kembali

1. Kuadrat suatu bilangan

   Perhatikan bentuk perkalian berikut:

   $2 \times 2 = 2^2 = 4$

   $4 \times 4 = 4^2 = 16$

   $6 \times 6 = 6^2 = 36$

   Bentuk perkalian di atas merupakan bentuk kuadrat yang biasanya ditulis $a^2 = a \times a$. Bilangan kuadrat adalah bilangan yang dihasilkan dari hasil perkalian dua bilangan yang sama dua kali atau bilangan hasil pengkuadratan, seperti $4, 9, 16, 25, 36,$ dan seterusnya.

2. Akar kuadrat suatu bilangan

   Akar kuadrat dari a (dilambangkan $\sqrt{a}$) merupakan suatu bilangan positif yang jika dikuadratkan sama dengan a. Jika kuadrat dari 4 adalah 16 maka akar kudarat dari 16 sama dengan 4 dan ditulis $\sqrt{16} = 4$.

   Setiap bilangan positif $k = a^2$ memiliki sebuah akar kuadrat positif yang dilambangkan dengan $\sqrt{k}$ dan sebuah akar kuadrat negatif dilambangkan dengan $-\sqrt{k}$. Misalkan $k = 64$, maka 64 memiliki dua akar yaitu 8 dan -8. Pembahasan teorema Pythagoras berfokus pada pengukuran panjang, sehingga akar kuadrat yang berlaku berada pada akar positif. Sifat-sifat akar kuadrat dari suatu bilangan ditunjukkan di bawah ini

i. $\sqrt{A \times B} = \sqrt{A} \times \sqrt{B}, A \geq 0, B \geq 0$

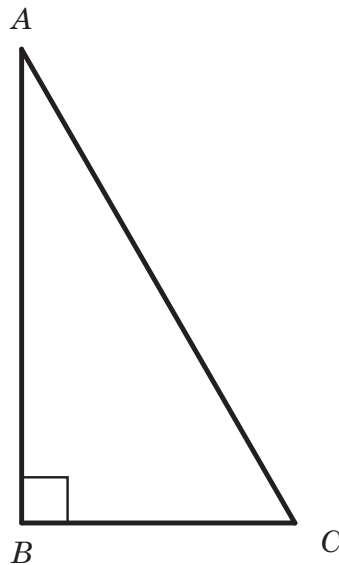
ii. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}, A \geq 0, B \neq 0$

iii. $A\sqrt{B} + A\sqrt{C} = A(\sqrt{B} + \sqrt{C}), B \geq 0, C \geq 0$

iv. $\sqrt{A} \times \sqrt{A} = A, A \geq 0$

Segitiga siku-siku

Masih ingatkah kalian dengan segitiga siku-siku?

Perhatikan segitiga siku-siku ABC berikut beserta bagian-bagiannya.

- Segitiga ABC adalah segitiga dengan siku-siku di B dan besarnya sudut adalah $90°$
- Sisi depan sudut siku-siku adalah sisi terpanjang disebut sebagai hipotenusa
- Sisi-sisi lain yang membentuk sudut siku-siku (sisi AB dan sisi BC) disebut sisi siku-siku.

Ayo Bereksplorasi

Guru mengajak siswa untuk mengamati gambar tukang yang sedang memeriksa kepastian bangun siku-siku pada rancangan dasar bangunan. Guru diharapkan dapat memberikan ilustrasi dan penjelasan terkait segitiga siku-siku dan bukan segitiga siku-siku pada gambar yang diberikan atau Guru dapat memberikan ilustrasi lain terkait kegiatan tersebut.

Pada bagian ini, Guru diharapkan dapat memberikan bimbingan dan pemahaman kepada siswa melalui kegiatan eksplorasi serta dapat memberikan contoh-contoh terkait bentuk segitiga siku-siku dan bukan segitiga siku-siku.

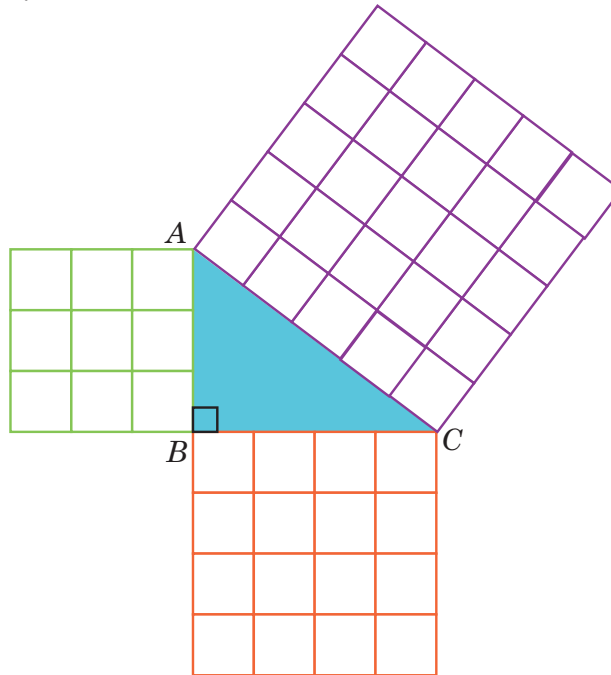
Ayo Berteknologi

Gunakan tautan berikut https://www.geogebra.org/m/pvnmvwsx untuk menghitung persoalan pada **Contoh 2.1** (Buku Siswa)

Ayo Mencoba

Sebagai stimulus kegiatan ini bertujuan untuk mempelajari teorema Pythagoras dan memverifikasi kebenarannya. Pembuktian teorema Pythagoras erat kaitannya dengan luas persegi dan segitiga. Pythagoras menunjukkan bahwa kuadrat dari panjang sisi miring suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat dari panjang sisi lainnya. Untuk memeriksa akurasi, gunakan langkah-langkah sebagai berikut.

1. Sediakan kertas HVS (atau kertas berpetak), kertas karton, pensil, penggaris, dan gunting.
2. Buatlah tiga buah persegi dari kertas yang sudah disediakan dengan panjang sisi setiap persegi adalah $a = 3$ satuan (3 kotak), $b = 4$ satuan, dan $c = 5$ satuan. Kemudian guntinglah ketiga persegi itu.
3. Tempel ketiga persegi tersebut di karton sedemikian sehingga dua dari empat sudut mereka saling berimpit dan membentuk segitiga

di dalamnya. Tampak pada Gambar 2.2. Segitiga apakah yang terbentuk?

Gambar 2.2 Bangun Datar Pembuktian Teorema Pythagoras

4. Perhatikan luas ketiga persegi. Apakah luas persegi yang terbesar sama dengan jumlah dua luas persegi yang lebih kecil?
5. Ulangi langkah nomor 2 dan 3 dengan membuat persegi yang berukuran $a = 6$ satuan, $b = 8$ satuan, dan $c = 10$ satuan.
6. Setelah melakukan kegiatan tersebut, apa yang dapat kalian ketahui tentang hubungan nilai a, b, dan c?

Untuk lebih meyakinkan kalian tentang hubungan nilai a, b, dan c, lanjutkan dengan kegiatan berikut.

7. Pada kertas berpetak, gambar tiga segitiga siku-siku ABC dengan tiga ukuran yang berbeda.
   a. AB = 5 satuan, BC = 12 satuan
   b. AB = 8 satuan, BC = 15 satuan
   c. AB = 9 satuan, BC = 12 satuan

8. Ukurlah panjang sisi yang ketiga dari setiap segitiga.
9. Lengkapi tabel berikut berdasarkan ketiga segitiga yang telah kalian buat.

Segitiga ABC	AB	BC	AC	AB^2	BC^2	AC^2
a.	...	...	...	...	...	...
b.	...	...	...	...	...	...
c.	...	...	...	...	...	...

Pada kegiatan Ayo Mencoba, Guru membagi siswa menjadi beberapa kelompok yang heterogen. Kegiatan ini bertujuan untuk memberikan kesempatan kepada setiap siswa membuktikan permasalahan dan menemukan hasil pengamatannya.

Petunjuk guru untuk kegiatan Ayo Berpikir Kritis

1. Berikan kesempatan kepada siswa untuk mengamati kegiatan Ayo Berpikir Kritis. Buat siswa saling berpasangan untuk bekerja sama supaya lebih meningkatkan pemahaman satu sama lain.
2. Guru dapat memberikan ilustrasi yang sudah diberikan ataupun dapat memberikan ilustrasi lain, yang dapat membantu siswa menemukan hubungan dari hasil pengamatan setelah melakukan kegiatan Ayo mencoba. Berikut alternatif yang dapat guru gunakan.
   a. $AB = 5$ satuan, $BC = 12$ satuan
   b. $AB = 8$ satuan, $BC = 15$ satuan
   c. $AB = 9$ satuan, $BC = 12$ satuan

Segitiga ABC	AB	BC	AC	AB^2	BC^2	AC^2
a.	5	12	13	25	144	169
b.	8	15	17	64	225	289
c.	9	12	15	81	144	225

3. Berikan hasil perhitungan seperti kolom pada poin 2 kepada siswa, Guru bisa mengosongi bilangan yang kosong pada tabel, supaya siswa dapat berpikir kritis. Selanjutnya, siswa dapat menentukan hubungan dari bilangan-bilangan yang sudah ada, seperti.

    a. $13^2 = 5^2 + 12^2$

       $AC^2 = AB^2 + BC^2$

    b. $17^2 = 15^2 + 8^2$

       $AC^2 = AB^2 + BC^2$

    c. $15^2 = 12^2 + 9^2$

       $AC^2 = AB^2 + BC^2$

    Tugas guru dapat memberikan perhitungan lain, misalkan menggunakan bilangan-bilangan yang berbentuk bilangan desimal ataupun bilangan yang lain.

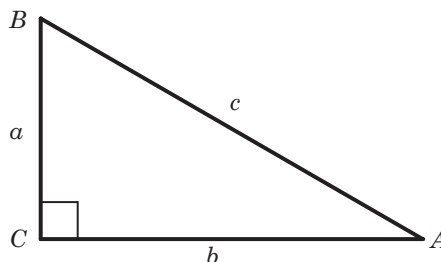
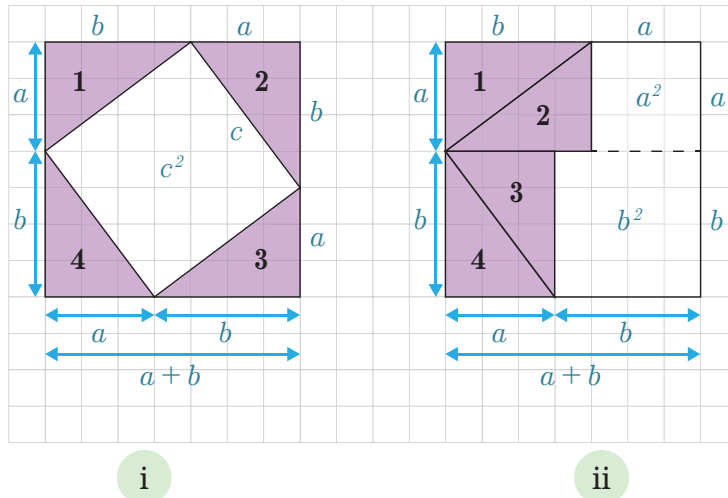
4. Instruksikan kepada setiap pasangan untuk mempresentasikan hasil diskusinya, dilanjutkan memberikan kesimpulan.

Dalil Pythagoras

Pada suatu segitiga siku-siku, luas persegi pada sisi miringnya sama dengan jumlah luas persegi lain pada kedua sisi siku-sikunya, hal ini juga berarti jumlah dari kuadrat kedua sisi siku-siku segitiga pada segitiga siku-siku sama dengan kuadrat panjang sisi miringnya (*hipotenusa*).

Teorema Pythagoras

Pada $\Delta\ ABC$ siku-siku dengan siku-siku di B, berlaku:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Secara matematis, seperti apakah teorema Pythagoras? Berikut adalah salah satu pembuktian untuk memeriksa kebenaran Teorema Pythagoras.

Gambar 2.3 Pembuktian Teorema Pythagoras

Berdasarkan Gambar 2.3. Kita dapat menemukan bentuk persamaan seperti berikut.

Pada Gambar 2.3(i) diperoleh bahwa $(a+b)^2 = 4 \times \frac{1}{2}ab + c^2$

$$= 2ab + c^2$$

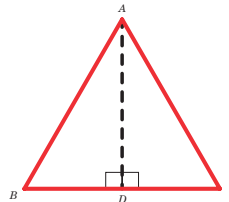
Selanjutnya, perhatikan pada Gambar 2.4(ii) diperoleh bahwa

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

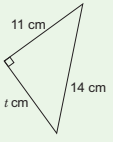
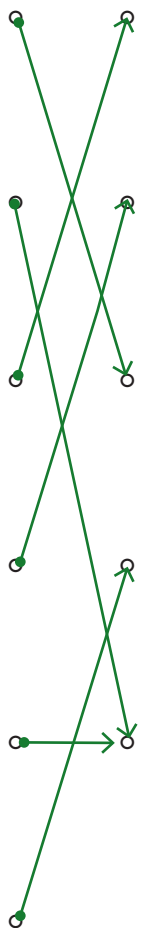
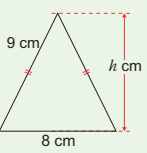
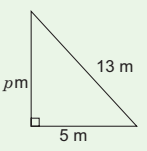
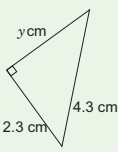
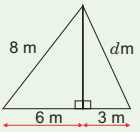
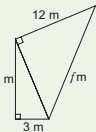
Sehingga, berdasarkan Gambar 2.3(i) dan 2.3(ii) diperoleh

$$(a+b)^2 = (a+b)^2$$
$$2ab + c^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$c^2 + 2ab = a^2 + b^2 + 2ab$$
$$c^2 + 2ab - 2ab = a^2 + b^2 + 2ab - 2ab$$
$$c^2 = a^2 + b^2$$

Dengan demikian, luas persegi pada sisi hipotenusa adalah c^2, dan jumlah luas persegi pada kedua sisi tegaknya adalah $a^2 + b^2$.

Ayo Berpikir Kreatif

Doni mendapatkan tugas mata pelajaran Seni Budaya untuk membuat miniatur rumah dari stik es krim. Dia membuat perhitungan dulu terkiat ukuran-ukuran yang nantinya akan digunakan sebagai ukuran miniatur rumah yang dibuat. Miniatur rumah yang dia buat diharapkan seperti contoh di atas, maka dia menghitung ukuran miniatur tersebut salah satunya adalah pada bangunan atap yang membentuk segitiga. Bagaimanakah cara kalian membantu Doni menentukan panjang AB, AC, BC, AD, BD, dan DC serta hubungannya?

Pada kegiatan Ayo Berpikir Kreatif, guru diharapkan dapat memancing siswa untuk meningkatkan kreatifitasnya melalui.

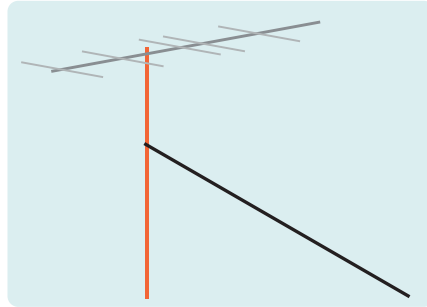
1. Guru meminta siswa untuk menggambar kembali sketsa bentuk atap dari tampak depan seperti yang ditunjukkan oleh miniatur
2. Guru diharapkan dapat menstimulus siswa sesuai dengan kreatifitasnya dalam mengajak siswa untuk berpikir kreatif terkait penyelesaian masalah yang terdapat pada ilustrasi
3. Selanjutnya Guru diharapakan dapat mempertegas kegiatan Ayo Berpikir Kreatif siswa, supaya hasil kegiatan dapat maksimal dengan memperhatikan pergeseran pada konstanta jika pergeseranya kearah yang lain sesuai dengan perintah.
4. Siswa diminta untuk membuat kesimpulan.

Ayo Berkomunikasi

Tuliskan hasil temuan kalian dari kegiatan Ayo Berpikir Kritis pada lembar kerja (kertas karton/ppt/hasil karya lain). Diskusikan hasil temuan kalian tersebut, kemudian sampaikan kepada teman kalian di dalam kelas.

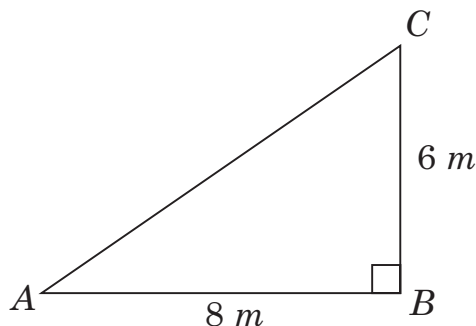
Pada kegiatan ini, siswa diharapkan dapat menunjukkan karya yang sudah dibuat kemudian menyampaikannya kepada teman yang lain di depan kelas. Proses dan teknis presentasi diberikan secara penuh sesuai dengan kebutuhan Guru. (ditambah dengan produk karya yang beraneka ragam)

Jawaban Soal Latihan 2.1

1. Tentukan nilai variabel pada panjang segitiga sebelah kiri kemudian pasangkan pada nilai yang sesuai yang berada di samping kanan.

2. Gambar berikut memperlihatkan tiang antena TV di atas genting. Tiang antena tersebut ditarik oleh kawat supaya kuat dan tidak goyang saat terkena angin. Biasanya kawat tersebut dipasang pada $\frac{3}{4}$ bagian dari tinggi tiang dari permukaan atas genting.

   a. Jelaskan cara kalian dalam menentukan panjang kawat tersebut tanpa mengukurnya, jika tiang antena tingginya 8 meter.
   b. Tentukan panjang kawat jika jarak antara kawat dan tiang pada tanah adalah 8 meter.

Alternatif penyelesaian:

a. Berdasarkan soal nomor 2 pada poin a, kreatifitas guru diharapkan dapat menfasilitasi solusi dari siswa yang beraneka ragam.
b. Menggunakan perhitungan solusi dari poin a, maka didapatkan
   Tinggi kawat pada tiang listrik adalah $8 \times \frac{3}{4} = 6\ meter$
   Jarak kawat dan tiang pada tanah adalah 8 meter
   Karena tanah dan tiang listrik membentuk sudut siku-siku, menggunakan rumus Pythagoras dan sketsa seperti berikut.

Misal AC adalah panjang kawat

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$AC^2 = 8^2 + 6^2$$
$$AC^2 = 64 + 36$$
$$AC^2 = 100$$
$$AC = \sqrt{100}$$
$$AC = 10$$

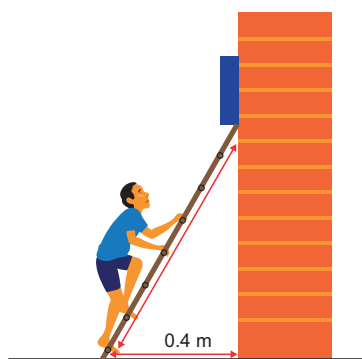
Jadi, panjang AC = panjang kawat = 10 meter

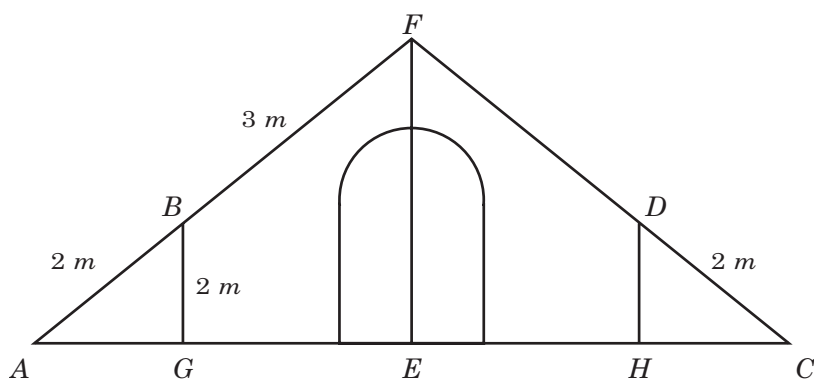
3. Diketahui tinggi tembok dari tumpuan tangga ke permukaan tanah adalah 3 meter.

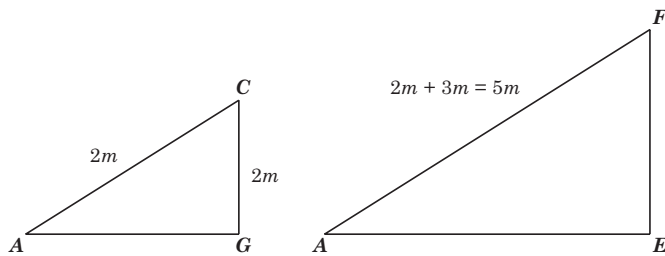
Panjang tangga = $= \sqrt{3^2 + (0,4)^2}$

$= \sqrt{9 + 0,16}$

$= \sqrt{9,16}$

$= 3,02$

Sehingga, tinggi tangga adalah 3,02 meter

4. Berikut kerangka tenda.

Alternatif penyelesaian:

Berdasarkan ilustrasi di atas didapatkan dua buah segitiga yang sebangun pada halaman berikut

Kerangka tenda yang digambar menunjukkan bahwa sisi bangun sebelah kiri tinggi tenda akan sama dengan sisi tenda sebelah kanan, maka untuk mengetahui tinggi tenda kita dapat menghitung pada sisi salah satunya. Misalkan sesuai dengan bangun segitiga yang sebangun sebelumnya, maka didapatkan bahwa.

$\angle BAG = \angle FAE$

$\angle AGB = \angle AEF = 90°$

$\angle ABG = \angle AFE$

Sehingga,

$$\frac{EF}{2} = \frac{2+3}{2}$$

$$\frac{EF}{2} = \frac{5}{2}$$

$$EF = \frac{2 \times 5}{2}$$

$$EF = \frac{10}{2} = 5$$

Jadi, tinggi tenda adalah 5 m

5. Diketahui:

   Tinggi bangunan = 120 meter

   Jarak gedung ke mobil hijau

   $= \sqrt{130^2 - 120^2}$

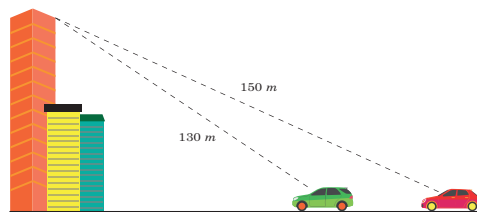
   $= \sqrt{16900 - 14400}$

   $= \sqrt{2500} = 50$

   Jarak gedung ke mobil merah

   $= \sqrt{150^2 - 120^2}$

   $= \sqrt{22500 - 14400}$

   $= \sqrt{8100} = 90$

   Sehingga, jarak mobil hijau ke mobil merah adalah

   $90 - 50 = 40$ *meter*

Ayo Berefleksi

Pada kegiatan ini, siswa diminta untuk melakukan beberapa aktivitas, seperti mengingat kembali, menganalisis tujuan dari kegiatan yang dilakukan sebelumnya, kemudian menganalisis kembali keberhasilan kegiatan yang sudah dilakukan, terakhir melakukan aksi untuk kegiatan pada sub bab berikutnya. Pada kegiatan ini terdapat beberapa pertanyaan yang dapat digunakan guru memfasilitasi siswa melakukan aktivitas dalam kegiatan Ayo Berefleksi.

1. Apakah bilangan kuadrat dan akar kuadrat suatu bilangan merupakan bilangan dasar yang menentukan terbentuknya teorema Pythagoras?
2. Bagaimana bentuk hubungan dari setiap sisi pada segitiga siku-siku? Apakah dari hubungan tersebut dapat dikaitkan dengan teorema Pythagoras?
3. Bagaimana langkah kalian menentukan hipotenusa dari suatu segitiga siku-siku jika diketahui kedua sisi yang lain dari segitiga tersebut?

Berdasarkan pertanyaan di atas, guru diharapkan menampung semua jawaban dari siswa sebagai upaya mengenalkan pembelajaran berdiferensiasi, utamanya diferensiasi produk.

B. Tripel Pythagoras

Ayo Bereksplorasi

Guru mengajak siswa untuk mengamati gambar kerangka atap pada suatu bangunan, selanjutnya siswa diminta memperhatikan garis kuning yang membentuk sudut siku-siku. Guru diharapkan dapat memberikan ilustrasi dan penjelasan terkait segitiga siku-siku, kemudian menentukan pasangan angka yang sesuai yang membentuk siku-siku yaitu Tripel Pythagoras. Hal tersebut dapat dilakukan dengan cara guru diharapkan dapat mengarahkan kepada kebalikan dari Teorema Pythagoras.

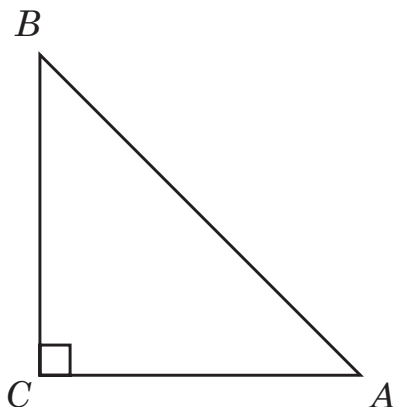
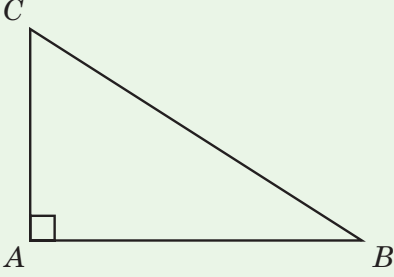
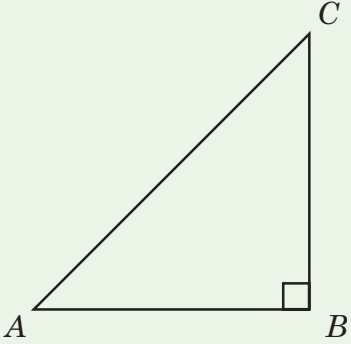
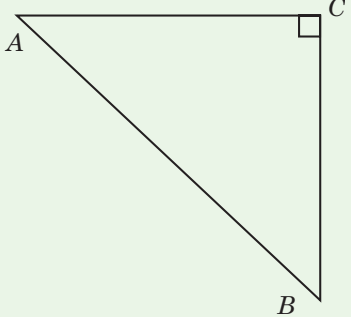
Kebalikan Teorema Pythagoras

Sebelum membahas lebih detail terkait tripel Pythagoras, kita perlu mengingat kembali terkait teorema Pythagoras. Hal ini dikarenakan bahwa terdapat kebalikan dari teorema Pythagoras yang juga sering digunakan dalam menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari.

Pada kegiatan Ayo Bereksplorasi terdapat kondisi bahwa tukang membuat ukuran yang digunakan untuk membentuk dasar pondasi tepat siku-siku. Kegiatan tukang tersebut berarti memanfaatkan kebalikan dari teorema Pythagoras.

Teorema Pythagoras

menyatakan:

Pada $\Delta\ ABC$ jika $\angle C$ siku-siku dan $AB = c, BC = a, CA = b$

Pada kebalikan dari teorema Pythagoras dapat dinyatakan bahwa dalam $\Delta\ ABC$, jika $c^2 = a^2 + b^2$, maka $\angle C$ siku-siku

Dengan demikian, dapat disimpulkan hal berikut ini.

Pada $\Delta\ ABC$, apabila a, b, dan c adalah sisi-sisi dihadapan sudut A, B, dan C maka berlaku kebalikan teorema Pythagoras, yaitu:

Tabel 2.1 Kebalikan Teorema Pythagoras

	Untuk $b < c < a$ Jika $a^2 = b^2 + c^2$, Maka $\Delta\ ABC$ **siku-siku di** A
	Untuk $a < c < b$ Jika $b^2 = a^2 + c^2$, Maka $\Delta\ ABC$ **siku-siku di** B
	Untuk $a < b < c$ Jika $c^2 = a^2 + b^2$, Maka $\Delta\ ABC$ **siku-siku di** C

Sehingga, tiga bilangan a, b, c dengan $a < b < c$ dikatakan tripel pythagoras jika memenuhi hubungan persamaan $c^2 = a^2 + b^2$.

Ayo Mencoba

Siswa diminta untuk membentuk kelompok yang terdiri dari kelompok siswa berdasarkan kemampuan matematika (pembelajaran diferensiasi). Pada setiap kelompok yang berbeda, guru memberikan arahan dan instruksi yang berbeda. Meskipun demikian, siswa tetap difokuskan untuk melaksanakan kegiatan berikut.

Berdasarkan hubungan antara c^2 dengan $(a^2 + b^2)$ dan kebalikan dari teorema Pythagoras maka dapat digunakan untuk menentukan apakah suatu segitiga termasuk segitiga siku-siku atau tidak. Sebagai pembuktian lakukan kegiatan berikut

Alat dan bahan

1. Kertas berpetak
2. Benang
3. Penggaris
4. Bolpoin
5. Lem

Langkah kerja

1. Siapkan kertas berpetak, kemudian buatlah garis dengan ukuran 6 kotak satuan, 8 kotak satuan, 10 kotak satuan, 12 kotak satuan, dan 13 kotak satuan
2. Ambil benang kemudian sesuaikan dengan panjang garis yang sudah dibuat pada langkah sebelumnya, kemudian potong dengan ukuran yang sama
3. Buatlah segitiga dari tiga benang yang sudah dipotong dengan ukuran 6 kotak satuan, 8 kotak satuan, dan 10 kotak satuan kemudian rekatkan dengan lem pada kertas berpetak
4. Amati segitiga yang terbentuk dari ketiga benang tersebut. Jenis segitiga apakah yang dapat kalian temukan?

5. Lakukan langkah yang sama seperti pada nomor 3 dan nomor 4 dengan ukuran potongan benang 8 kotak satuan, 12 kotak satuan, dan 13 kotak satuan
6. Lakukan langkah yang sama seperti pada nomor 3 dan nomor 4 dengan ukuran potongan benang 6 kotak satuan, 8 kotak satuan, dan 12 kotak satuan
7. Lengkapi tabel berikut

Kegiatan	Ukuran	*Segitiga yang terbentuk	Bentuk Umum
Kegiatan 1	6 kotak satuan, 8 kotak satuan, 10 kotak satuan	Siku-siku/ ~~lancip/ tumpul~~	$c^2 = a^2 + b^2$
Kegiatan 2	8 kotak satuan, 12 kotak satuan, 13 kotak satuan	~~Siku-siku~~/ lancip/ ~~tumpul~~	$c^2 < a^2 + b^2$
Kegiatan 3	6 kotak satuan, 8 kotak satuan, 12 kotak satuan	~~Siku-siku/ lancip/~~ tumpul	$c^2 > a^2 + b^2$

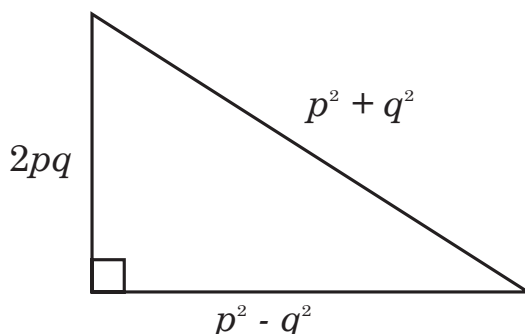
**coret pada segitiga yang tidak sesuai*

Ayo Bekerja Sama

Diskusikan dengan teman sebangku kalian untuk menemukan kesimpulan dari kegiatan Ayo Mencoba. Bagaimana bentuk umum segitiga siku-siku, segitiga tumpul dan segitiga lancip?

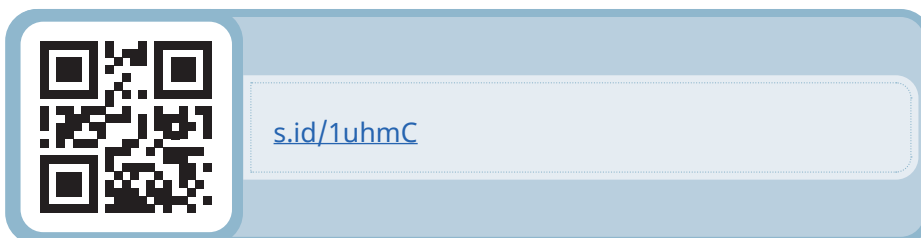
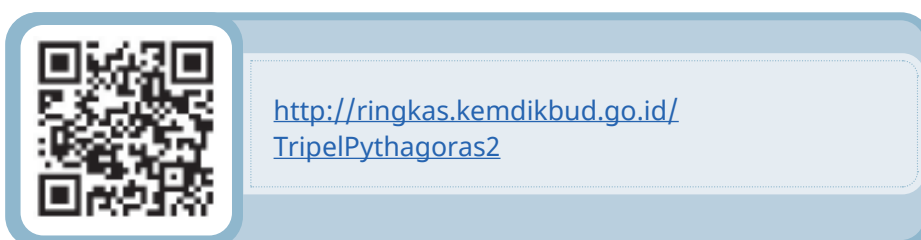
Pada kegiatan ini, melanjutkan aktivitas dengan memperhatikan kebutuhan siswa pada pembelajaran berdiferensiasi. Panduan penugasan terdapat pada kegiatan Ayo Mencoba, sedangkan pelaksanaan proses diskusi terdapat pada kegiatan Ayo Bekerjasama.

Ayo Menggunakan Teknologi

Pada kegiatan ini, guru mengawali kegiatan dengan memberikan arahan ataupun instruksi dengan informasi pada Ikon Tahukah kalian terkait Tangram. Selanjutnya siswa diberikan informasi terkait aturan pada segitiga siku-siku di bawah ini.

Selanjutnya, siswa diminta menyiapkan kertas untuk menuliskan kembali tabel yang sudah disediakan pada buku siswa. Guru membimbing siswa untuk melakukan aktivitas pada kegiatan berteknologi dengan mengarahkan siswa pada tautan yang sudah diberikan. Berikut tabel yang dapat digunakan guru untuk membimbing siswa.

p	q	$p^2 + q^2$	$p^2 - q^2$	$2pq$	**Hubungan**	**Tripel Pythagoras**
2	1	$2^2 + 1^2 = 5$	$2^2 - 1^2 = 3$	$2 \times 2 \times 1 = 4$	$5^2 = 3^2 + 4^2$	5, 3, 4
3	1	$3^2 + 1^2 = 10$	$3^2 - 1^2 = 8$	$2 \times 3 \times 1 = 6$	$10^2 = 6^2 + 8^2$	10, 8, 6
3	2	$3^2 + 2^2 = 13$	5	12	$13^2 = 5^2 + 12^2$	13, 5, 12
4	1	17	15	8	$17^2 = 15^2 + 8^2$	17, 15, 8
4	2	20	12	16	$20^2 = 12^2 + 16^2$	20, 12, 16
4	3	25	7	24	$25^2 = 7^2 + 24^2$	25, 7, 24
5	1	26	24	10	$26^2 = 24^2 + 10^2$	26, 24, 10
5	2	29	21	20	$29^2 = 21^2 + 20$	29, 21, 20
5	3	34	16	30	$34^2 = 16^2 + 30^2$	34, 16, 30
5	4	41	9	40	$41^2 = 9^2 + 40^2$	41, 9, 40

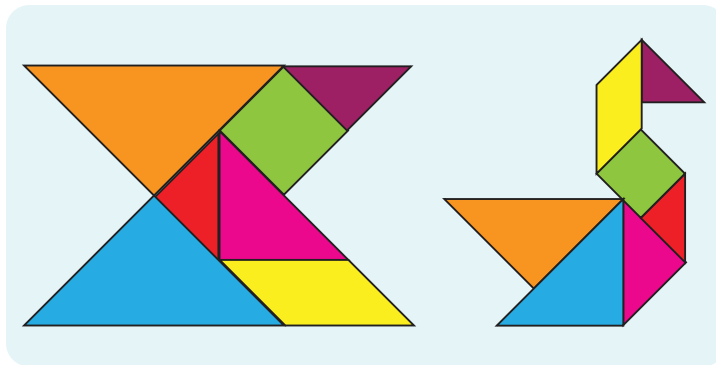
Petunjuk:

1. Gunakan tautan berikut untuk membantu Humam melengkapi tabel di atas

2. Sebagai pembuktian tripel pythagoras pada kolom tabel yang paling kanan, manfaatkan tautan berikut.

   Pada tautan di atas, kalian akan dikenalkan dengan bahasa koding. Tampilan pada tautan tersebut merupakan output hasil pengkodingan. Untuk melakukan pembuktian ikuti langkah berikut.

   a. Ketikan huruf "c". Huruf "c" berarti sebagai sisi miring (sisi terpanjang),
   b. Selanjutnya tekan enter. Maka akan muncul perintah memasukkan nilai "a", ketikkan angka sesuai hasil perhitungan pada kolom $(p^2 - q^2)$
   c. Tekan enter, akan muncul perintah memasukkan nilai "b", ketikkan angka sesuai hasil perhitungan pada kolom $(2pq)$, lalu tekan enter
   d. Terakhir akan muncul hasil perhitungan seperti angka pada kolom $(p^2 + q^2)$. Jika hasilnya tidak sama, maka angka tersebut bukan tripel Pythagoras.
   e. Tampilan dari tautan ini ada pada halaman berikut.

Tahukah Kalian?

Tangram

Tangram adalah jenis permainan pola yang terdiri dari tujuh buah atau potongan yang terpisah. Istilah Tangram dapat diartikan sebagai tujuh papan keterampilan. Tujuan dari permainan ini adalah untuk menyusun kembali tujuh buah potongan yang ada menjadi pola atau gambar yang utuh dalam berbagai bentuk sesuai dengan *outline* atau siluet yang diberikan

Gambar 2.4 Tangram

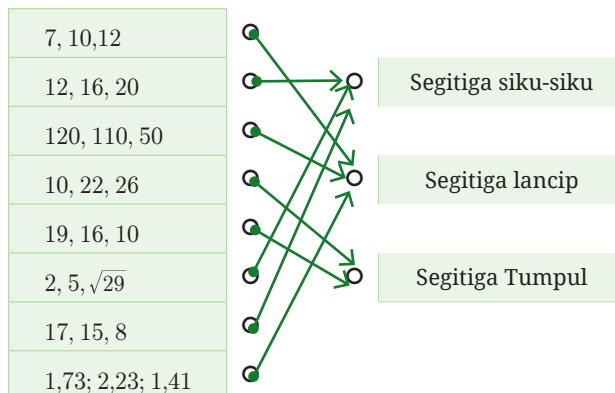
Permainan Tangram merupakan cara terbaik untuk meningkatkan kemampuan mental, dan mudah dimainkan serta cocok untuk segala usia. Permainan ini dapat melatih imajinasi untuk membentuk bangun lain seperti bentuk geometris, huruf, angka, perahu, hewan dan benda lain

Pada kegiatan ini, guru meminta siswa untuk melakukan pembuktian terhadap rumus yang diberikan. Apakah rumus tersebut dapat digunakan untuk menentukan Tripel Pythagoras.

Berikut petunjuknya.

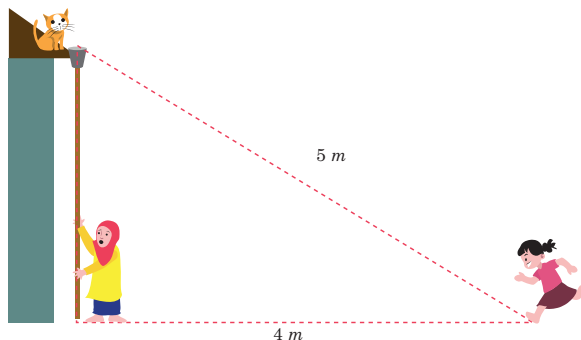
- Pilihlah sebarang bilangan ganjil yang dimisalkan sebagai panjang sisi terpendek dari suatu segitiga
- Gunakan rumus $M = \frac{S^2 - 1}{2} = \frac{3^2 - 1}{2} = \frac{8}{2} = 4,$,
  S = 3
  M = 4
- Berdasarkan langkah sebelumnya, kalian sudah mendapatkan sisi tegak lain dari suatu segitiga
- Panjang hipotenusa dimisalkan c, maka
  $c^2 = 4^2 + 3^2$
  $c = \sqrt{16 + 9}$
  $c = \sqrt{25} = 5$. sehingga pasangan bilangan 3, 4, dan 5 adalah Tripel Pythagoras

Jawaban Soal Latihan 2.2

1. Sesuaikan tiga bilangan berikut dengan pasangan yang sesuai apakah termasuk segitiga siku-siku, segitiga lancip, dan segitiga tumpul.

2. Kesimpulan.
   a. Tripel Pythagoras
   b. Bukan Tripel Pythagoras
   c. Bukan Tripel Pythagoras

3.

Pada soal ini, guru diharapkan mengajak siswa untuk kreatif dengan menemukan visualisasi dan makna dari inti soal.

- Pada soal mengajak siswa untuk saling membantu sesama, salah satunya hewan
- Membantu siswa lain ketika kesusahan untuk membantu menolong kucing
- Membentuk karakter gotong royong dan berpikir kreatif untuk menolong kucing

a. Jarak kucing dengan tanah

$= \sqrt{5^2 - 4^2}$

$= \sqrt{25 - 16}$

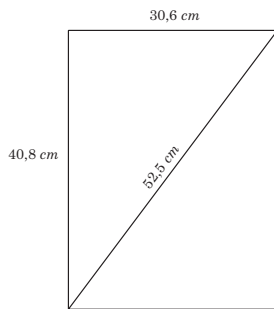
$= \sqrt{9} = 3$

Sehingga, jarak kucing ke tanah adalah $3\ m$.

b. Tinggi Aysha 165 cm, maka panjang galah adalah

$3\ m - 1{,}65\ m = 1{,}35\ m$

Ayo Berpikir Kritis

4. Kusen jendela akan membentuk persegi panjang, jika keempat sudutnya siku-siku. Untuk membuktikan bahwa setiap sudut pada kusen siku-siku maka perlu memanfaatkan Tripel Pythagoras.

Berdasarkan gambar di atas, harus dibuktikan bahwa

$52,5^2 = 40,8^2 + 30,6^2$

Tripel Pythagoras terjadi jika $c^2 = a^2 + b^2$, c dimisalkan panjang diagonal

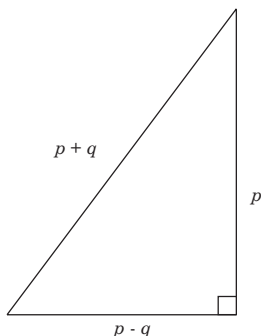
$c^2 = (40,8)^2 + (30,6)^2$

$c^2 = 1664,64 + 936,36$

$c^2 = 2601$

$c = \sqrt{2601} = 51$

Akan menjadi siku-siku jika panjang diagonal adalah 51 *cm*. Karena kusen pada soal 52,5 *cm*. Maka kusen jendela tersebut tidak membentuk persegi panjang.

5. Jika divisualisasikan, maka bentuk $(p - q)$, p, $(p + q)$ menjadi

a. Berdasarkan gambar di atas, dapat digunakan aturan Teorema Pythagoras yaitu.

$$(p-q)^2+p^2=(p+q)^2$$
$$p^2-2pq+q^2+p^2=p^2+2pq+q^2$$
$$2p^2-p^2-2pq-2pq+q^2-q^2=0$$
$$p^2-4pq=0$$
$$p(p-4q)=0$$

Maka nilai p adalah $p=0$ atau $p-4q=0$, $p=4q$

Sehingga, hubungan antara p dan q adalah $p=4q$

b. Jika $p=12$, menggunakan hubungan pada poin a, maka nilai q adalah

$$p=4q$$
$$12=4q$$
$$\frac{12}{4}=q$$
$$3=q$$

Karena $p=12$ dan $q=3$, Tripel Pythagorasnya adalah

$(12-3)^2+12^2=(12+3)^2$

$9^2+12^2=15$

Sehingga, 9, 12, 15 merupakan Tripel Pythagoras

Ayo Berefleksi

Pada kegiatan ini, siswa diminta untuk melakukan beberapa aktivitas, seperti mengingat kembali, menganalisis tujuan dari kegiatan yang dilakukan sebelumnya, kemudian menganalisis kembali keberhasilan kegiatan yang sudah dilakukan, terakhir melakukan aksi untuk kegiatan pada sub bab berikutnya. Pada kegiatan ini terdapat beberapa pertanyaan yang dapat digunakan guru memfasilitasi siswa melakukan aktivitas dalam kegiatan Ayo Berefleksi.

Berdasarkan beberapa aktivitas yang telah kalian lakukan terkait Tripel Pythagoras, berikan penjelasan pada beberapa pertanyaan di bawah ini.

a. Apakah bilangan kuadrat dan akar kuadrat suatu bilangan merupakan bilangan dasar yang menentukan terbentuknya Teorema Pythagoras? Jelaskan.
b. Bagaimana bentuk hubungan dari setiap sisi pada segitiga siku-siku? Apakah dari hubungan tersebut dapat dikaitkan dengan Teorema Pythagoras? Jelaskan

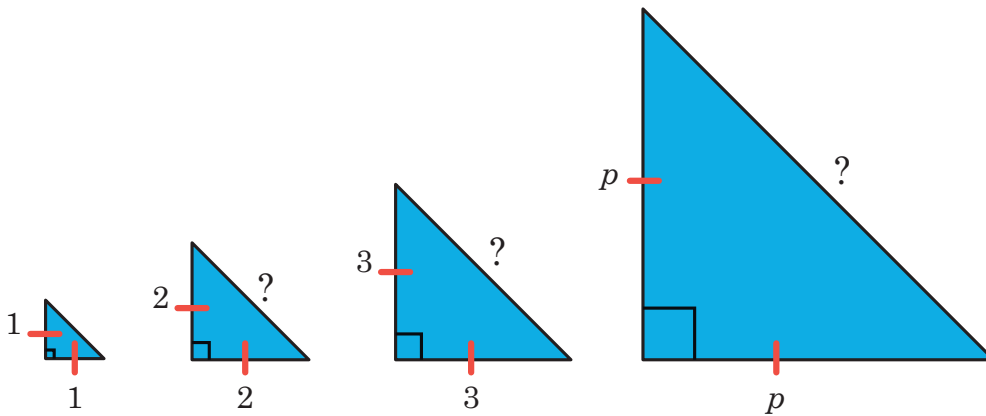
Berdasarkan pertanyaan di atas, guru diharapkan menampung semua jawaban dari siswa sebagai upaya mengenalkan pembelajaran berdiferensiasi, utamanya diferensiasi produk.

C. Segitiga Istimewa

Ayo Bereksplorasi

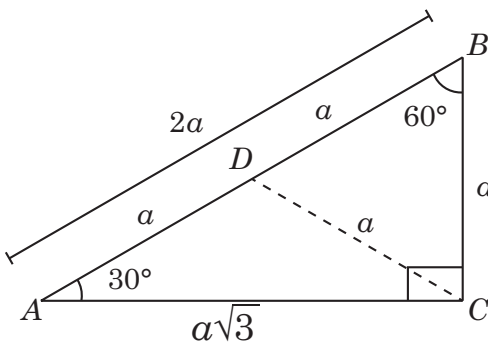
Guru mengajak siswa untuk mengamati gambar rumah bambu dari kerangka segitiga pada sisi depan yang membentuk sudut siku-siku, pada gambar yang disediakan siswa diminta memperhatikan bingkai sisi depan yang menahan kaca karena membentuk segitiga istimewa. Guru diharapkan dapat memberikan ilustrasi dan penjelasan terkait segitiga istimewa, kemudian memperhatikan pembahasan terkait sisi-sisi pada segitiga istimewa. Hal tersebut dapat dilakukan dengan cara guru dapat mengarahkan kepada kasus terkait segitiga istimewa.

Ayo Mencoba

Pada kegiatan Ayo Mencoba guru mengajak siswa untuk melengkapi tabel yang disediakan dengan memperhatikan keterangan pada gambar. Setelah melengkapi tabel, siswa diajak untuk menganalisis hasil dari panjang hipotenusa dan menemukan pola yang terbentuk.

Salin dan lengkapi tabel berikut dengan melihat gambar sebelumnya.

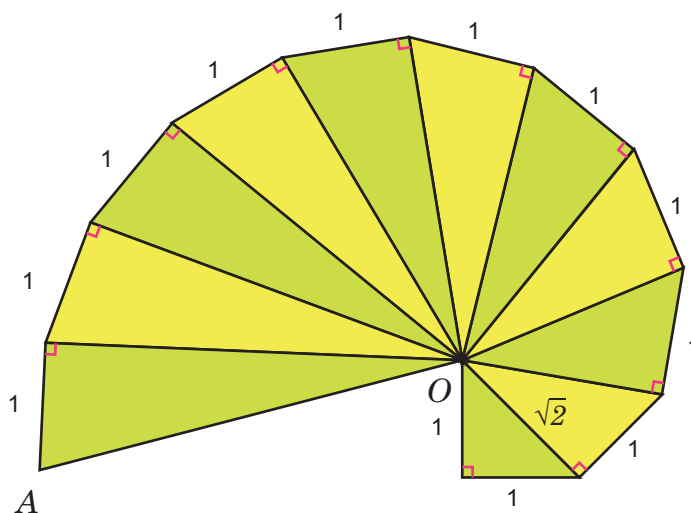
Panjang sisi siku-siku	1	2	3	4	5	6	...	10	...	p
Panjang hipotenusa	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$4\sqrt{2}$	$5\sqrt{2}$	$6\sqrt{2}$	...	$10\sqrt{2}$	...	$p\sqrt{2}$

Berdasarkan tabel di atas siswa diminta memperhatikan kolom panjang hipotenusa dan dapat menemukan pola.

Perhatikan gambar dibawah ini.

Segitiga ABC siku-siku di C dengan sisi miring AB dan sisi siku-sikunya AC dan BC, serta $\angle A = 30°, \angle C = 90°, \angle B = 60°$ Kalian coba buktikan bahwa pada segitiga siku-siku yang sudut-sudutnya $30°$ dan $60°$, perbandingan sisi terpendek dan sisi lainnya adalah $1 : 2 : \sqrt{3}$

Pada kegiatan ini, guru meminta siswa untuk melakukan pembuktian terhadap rumus yang diberikan. Apakah rumus tersebut dapat digunakan untuk menentukan aturan yang berlaku seperti gambar di atas. Karena dalam pembuktiannya siswa menggunakan cara yang beraneka ragam, guru diharapkan dapat mengapresiasi setiap pembuktian yang ditemukan oleh siswa.

Ayo Bekerja Sama

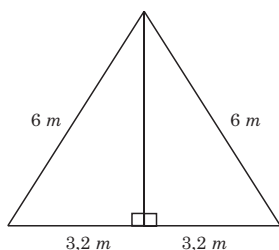
Gambar di bawah ini merupakan Theodorus yang diberi nama berdasarkan nama pembuatnya yaitu Theodore dari Kirene. Theodore adalah orang yang memiliki pendapat yang sama dengan Pythagoras. Gambar Roda Theodorus dimulai dengan segitiga siku-siku dengan panjang kedua sisinya adalah 1 satuan panjang dan bergerak berlawanan arah jarum jam yang ditunjukkan seperti gambar berikut.

Gambar 2.5 Roda Theodorus

Coba kalian perhatikan gambar di atas, selanjutnya diskusikan dengan teman kalian dalam satu kelompok untuk membuktikan panjang hipotenusa setiap segitiga yang terbentuk, sehingga kalian akan menemukan panjang AO pada segitiga siku-siku terakhir dari Roda Theodorus di atas. Berikut alternatif penyelesaian yang dapat terbentuk.

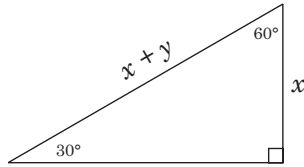
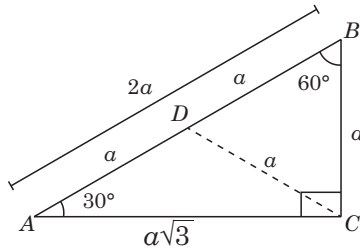
Segitiga ke-	Sisi siku-siku		Sisi Miring
	a	b	c
1	1	1	$\sqrt{2}$
2	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$
3	1	$\sqrt{3}$	$\sqrt{4}$
4	1	$\sqrt{4}$	$\sqrt{5}$
5	1	$\sqrt{5}$	$\sqrt{6}$
6	1	$\sqrt{6}$	$\sqrt{7}$
7	1	$\sqrt{7}$	$\sqrt{8}$
8	1	$\sqrt{8}$	$\sqrt{9}$
9	1	$\sqrt{9}$	$\sqrt{10}$
10	1	$\sqrt{10}$	$\sqrt{11}$
11	1	$\sqrt{11}$	$\sqrt{12}$

Dengan demikian, panjang AO adalah $\sqrt{12}$

Jawaban Soal Latihan 2.3

1. Berdasarkan gambar, atap kerangka rumah dapat divisualisasi seperti gambar berikut.

$$\begin{aligned} \textit{tinggi atap} &= \sqrt{6^2 - (3,2)^2} \\ &= \sqrt{36 - 10,24} \\ &= \sqrt{25,76} \\ &= 5,075\ m \end{aligned}$$

Sehingga tinggi atap adalah $5,075\ m$

2. Gambar disederhanakan menjadi bentuk berikut.

Menggunakan aturan sudut istimewa berikut

Maka, $2x = x + y$

$2x - x = y$

$x = y$

Sehingga nilai $x = y$

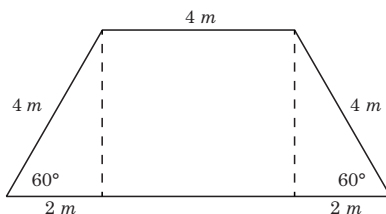
3. Menggunakan aturan segitiga istimewa siku-siku dengan sudut 30°, 90° dan 60°

   a. Keliling segitiga ABC

   $$\text{keliling} = CA + AB + BC$$
   $$\text{keliling} = 16 + 32 + 16\sqrt{3}$$
   $$\text{keliling} = (48 + 16\sqrt{3})\ cm$$

   b. Tentukan luas segitiga ABC

   $$Luas \triangle ABC = 12 \times a \times t$$
   $$= \frac{1}{2} \times 32 \times 8\sqrt{3}$$
   $$= 16 \times 8\sqrt{3}$$
   $$= 128\sqrt{3}\ cm^2$$

4. Untuk menentukan sisi sejajar yang lain, harus ditemukan dahulu tinggi trapesium tersebut.

$$\text{tinggi trapesium} = \sqrt{4^2 - 2^2}$$
$$= \sqrt{16 - 4}$$
$$= \sqrt{12}$$
$$= 2\sqrt{3}$$

Sehingga, sisi sejajar yang lain adalah $8\ cm$

$$\text{Luastrapesium} = \frac{1}{2} \times (a+b) \times t$$

$$\text{Luastrapesium} = \frac{1}{2} \times (4+8) \times 2\sqrt{3}$$

$$\text{Luastrapesium} = \frac{1}{2} \times (12) \times 2\sqrt{3}$$

$$\text{Luastrapesium} = 12\sqrt{3}$$

$$\text{Luastrapesium} = 20,76$$

Karena setiap $1,5\ m^2$ menghabiskan cat dengan harga Rp.22.500, 00 maka biaya yang harus dikeluarkan adalah

$$\text{biaya} = \frac{20,76}{1,5} \times 22500 = 311400$$

Sehingga, total biaya yang harus dikeluarkan adalah Rp. 311.400,00

5. Menggunakan aturan segitiga istimewa pada segitiga siku-siku dengan sudut 45°, 90° dan 45°, maka.

   a. Panjang $b = 6\sqrt{2}$.

   b. Luas permukaan piramida segitiga tersebut?

$$\text{luas segitiga istimewa} = \frac{1}{2} \times a \times t$$

$$\text{luas segitiga istimewa} = \frac{1}{2} \times 12 \times 6$$

$$\text{luas segitiga istimewa} = 6 \times 6$$

$$\text{luas segitiga istimewa} = 36\ cm^2$$

Selanjutnya, luas segitiga sama sisi

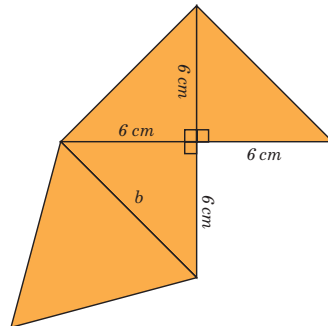
$$\text{luas segitiga samasisi} = \frac{1}{2} \times a \times t$$

$$\text{luas segitiga samasisi} = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{6}$$

$$\text{luas segitiga samasisi} = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{6}$$

$$\text{luas segitiga samasisi} = 9\sqrt{12}$$

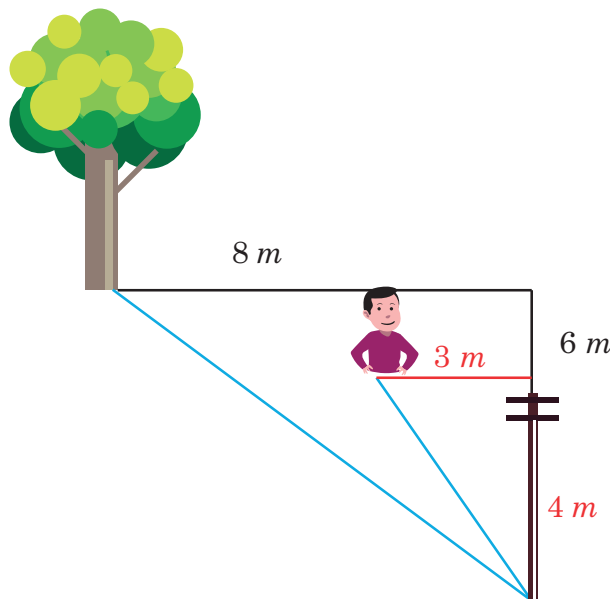
$$\text{luas segitiga samasisi} = 18\sqrt{3}\ cm^2$$

Sehingga, luas permukaan piramida segitiga adalah $(18 + 18\sqrt{3})\ cm^2$

D. Penerapan Teorema Pythagoras

Ayo Bereksplorasi

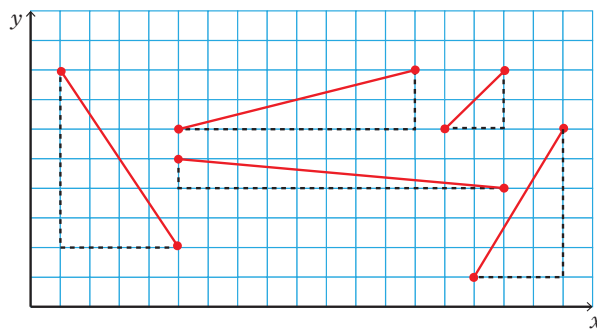
Guru mengajak siswa untuk mengamati gambar ilustrasi permainan Bentengan atau Rerebonan, pada gambar yang disediakan siswa diminta memperhatikan tiang dan pohon sebagai markas atau 'benteng' dalam permainan. Selanjutnya memperhatikan anak yang sedang mencoba menguasai markas lawan. Guru diharapkan dapat memberikan penjelasan terkait penerapan Teorema Pythagoras dalam kehidupan sehari-hari, kemudian memperhatikan pembahasan di bawah. Hal tersebut dapat dilakukan dengan cara guru dapat mengarahkan kepadakegiatan ataupun aktivitas yang menerapkan Teorema Pythagoras.

Pembahasan

Berdasarkan kegiatan eksplorasi di atas kalian dapat ketahui melalui visualisasi gambar berikut.

Gambar 2.6 Tiang dan pohon

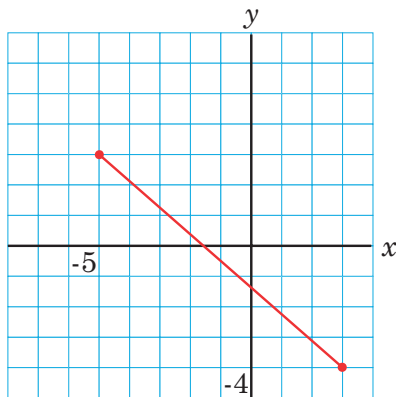
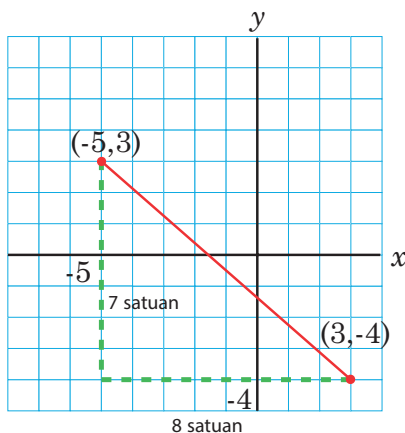
Titik awal yang digunakan untuk perhitungan adalah titik tumpu tiang pada tanah. Sehingga jarak antara titik awal dengan posisi kalian, serta jarak antara titik awal ke pohon sebagai daerah lawan yaitu titik tumpu pohon pada tanah dapat dihitung, bisa dengan memanfaatkan tripel pythagoras.

Jarak antara dua titik

Perhatikan Gambar 2.6. Setiap ruas garis yang tidak sejajar dengan sumbu-x maupun sumbu-y adalah hipotenusa dari segitiga siku-siku dari dua sisi yang sejajar dengan sumbu-x dan sumbu-y. Sehingga kalian bisa menentukan jarak dua titik pada bidang Cartesius dengan menggunakan Teorema Pythagoras.

Gambar 2.7 Ilustrasi ruas garis yang membentuk Segitiga Siku-siku

Untuk mengukur panjang ruas garis yang menghubungkan dua titik pada bidang koordinat, kita dapat menggambar titik-titik tersebut. Setelah itu, kita menentukan panjang setiap ruas garis. Namun, bagaimana jika titik-titik yang diketahui tidak memungkinkan untuk diplotkan pada bidang Cartesius? Misalkan, diminta untuk menentukan jarak antara titik $A(-5, 3)$ dan $B(3, -4)$. Bagaimana kita dengan mudah menentukan jarak dua titik pada bidang Cartesius?

Untuk menyelesaikan masalah di atas, lakukan kegiatan di bawah terlebih dahulu bagaimana menentukan jarak titik antara dua titik.

1. Gambar kedua titik A dan B pada bidang Cartesius. Tarik garis sehingga menghubungkan kedua titik. Gambar yang kalian buat akan tampak sama seperti pada gambar di halaman berikut.

2. Pada gambar di poin (1) Apabila ditarik garis dari titik $(-5, 3)$ dan $(3, -4)$ yang sejajar dengan sumbu-x dan sumbu-y, maka kita bisa melihat suatu segitiga siku-siku dengan panjang sisi tegaknya adalah 7 satuan dan 8 satuan. Sehingga, kita bisa menggunakan teorema Pythagoras untuk menentukan jarak kedua titik tersebut.

Berdasarkan gambar di atas, dan menerapkan teorema Pythagoras jarak kedua titik sebagai sisi miring, berlaku

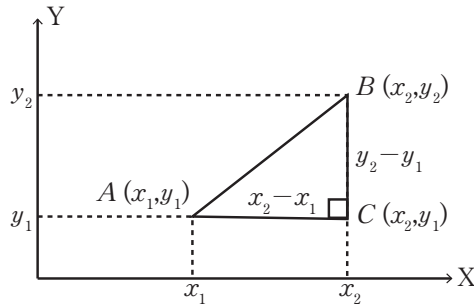
$$\begin{aligned}\text{sisi miring} &= \sqrt{8^2 + 7^2} \\ &= \sqrt{64 + 49} \\ &= \sqrt{113}\end{aligned}$$

Sehingga, jarak kedua titik tersebut sebagai sisi miring adalah $\sqrt{113}$ satuan.

Pengayaan

E. Rumus Jarak

Perhatikan gambar berikut.

Memperhatikan gambar di samping, dapat diketahui bahwa ABC merupakan segitiga siku-siku dengan koordinat $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, dan $C(x_2, y_1)$. AC, AB, dan BC merupakan sisi-sisi segitiga, dengan sisi $AC = x_2 - x_1$ dan $BC = y_2 - y_1$.
Karena segitiga ABC adalah segitiga siku-siku, maka berlaku teorema Pythagoras, sehingga jarak AB dapat diketahui menggunakan aturan berikut.

$$B^2 = AC^2 + BC^2$$
$$= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$
$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Berdasarkan aturan di atas, Jelaskan beberapa pernyataan berikut.

a. Apakah aturan di atas terbukti berlaku untuk menentukan hipotenusa dari suatu segitiga siku-siku
b. Diketahui titik $A(-2, -1)$ dan $B(3, 11)$ Bagaimana panjang AB
c. Pada koordinat Cartesius terdapat koordinat negatif, apakah aturan di atas juga berlaku pada korrdinat titik yang semuanya negatif? jelaskan

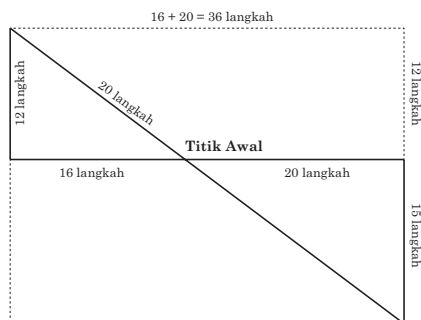
Jawaban Soal Latihan 2.4

1. Segitiga ABC bukan merupakan segitiga siku-siku. Karena menggunakan rumus jarak bahwa setiap sisi pada segitiga tersebut tidak membentuk Tripel Pythagoras.

   Pada soal ini, guru diharapkan dapat menampung semua alternatif penyelesaian yang ditemukan oleh siswa

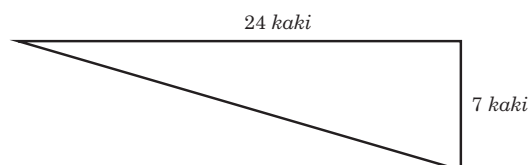
2. Hasil yang ditemukan berbeda. Menggunakan rumus jarak, jika (x_1, y_1), pada titik $(4, 2)$ maka menghasilkan 3 dan 4. Sedangkan, jika (x_1, y_1), pada titik $(7, 6)$ maka menghasilkan -3 dan -4

3. Pada soal ini, kemampuan siswa dalam menggambar koordinat Cartesius dapat beragam. Sehingga guru diharapkan dapat menampung semua kreativitas siswa dalam menggambar situasi yang diberikan dalam soal

   Jarak kalian berdua saat saling menembak dengan pistol bambu dapat diilustrasikan seperti gambar berikut.

   Karena membentuk segiempat, maka jarak mereka berdua seperti diagonal sisi yang dapat ditentukan menggunakan aturan Teorema Pythagoras.

$$\begin{aligned} \text{Jarak} &= \sqrt{36^2 + 27^2} \\ &= \sqrt{1296 + 729} \\ &= \sqrt{2025} \\ &= 45 \end{aligned}$$

   Sehingga, jarak antara mereka berdua adalah 45 langkah

4. Sebelum mengetahui jarak suara yang didengarkan wasit dari atlet, terlebih dahulu disederhanakan menggunakan gambar yang mudah dipahami, misalkan.

Menggunakan Teorema Pythagoras, didapatkan bahwa jarak suara antara wasit dan atlet adalah

$$\begin{aligned}\text{Jarak} &= \sqrt{24^2 + 7^2} \\ &= \sqrt{576 + 49} \\ &= \sqrt{625} \\ &= 25\ kaki\end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan tersebut, maka wasit dapat mendengar suara atlet, karena jarak antar keduanya tidak melebihi 30 kaki

5. Luas dasar laut yang dapat dicapai Humam berbentuk lingkaran, sehingga sebelum menghitung luas lingkaran, perlu dicari dahulu jari-jari lingkarannya menggunakan Teorema Pythagoras berdasarkan ilustrasi yang disediakan pada gambar.

$$\begin{aligned}\text{jari} - \text{jari} &= \sqrt{25^2 - 20^2} \\ &= \sqrt{625 - 400} \\ &= \sqrt{225} \\ &= 15\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas lingkaran} &= \pi r^2 \\ &= 3,14 \times 15 \times 15 \\ &= 706,5\end{aligned}$$

Sehingga, luas dasar laut yang dapat
Dicapai adalah $706,5\ m^2$

Alternatif Penyelesaian Uji Kompetensi 2

A. Jawaban Pilihan Ganda

1. A. 30 *cm*
2. B. 9,2
3. A. 120 *cm*
4. C. 8 *cm*
5. D. 8 *cm*, 15 *cm*, dan 17 *cm*

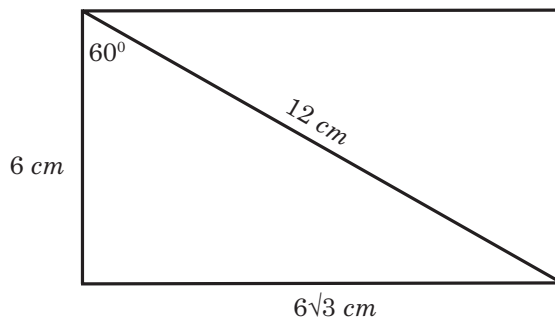
B. Alternatif Jawaban untuk Soal Uraian

1. Nilai x pada setiap gambar adalah.

   a. $\sqrt{18}\ cm = 3\sqrt{2}\ cm$

   b. $\sqrt{21}\ m$

   c. $\sqrt{2}$

2. Berikut ditunjukkan ilustrasi gambarnya.

   Berdasarkan gambar disamping, maka luas persegi panjang adalah

$$\text{Luas persegi panjang} = p \times l$$
$$= 6 \times 6\sqrt{3}$$
$$= 36\sqrt{3}$$

   Sehingga, luas persegi panjang adalah $36\sqrt{3}\ cm^2$

3. Panjang tali yang dibutuhkan adalah

   Pada persegi kecil, panjang talinya adalah

   $4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

   Pada persegi sedang, panjang talinya adalah

   $4 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

   Pada persegi besar, panjang talinya adalah

   $4 \times 3\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

   Dengan demikian, panjang seluruh tali yang digunakan untuk jemuran adalah.

   $4\sqrt{2} + 8\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 24\sqrt{2}\ m$

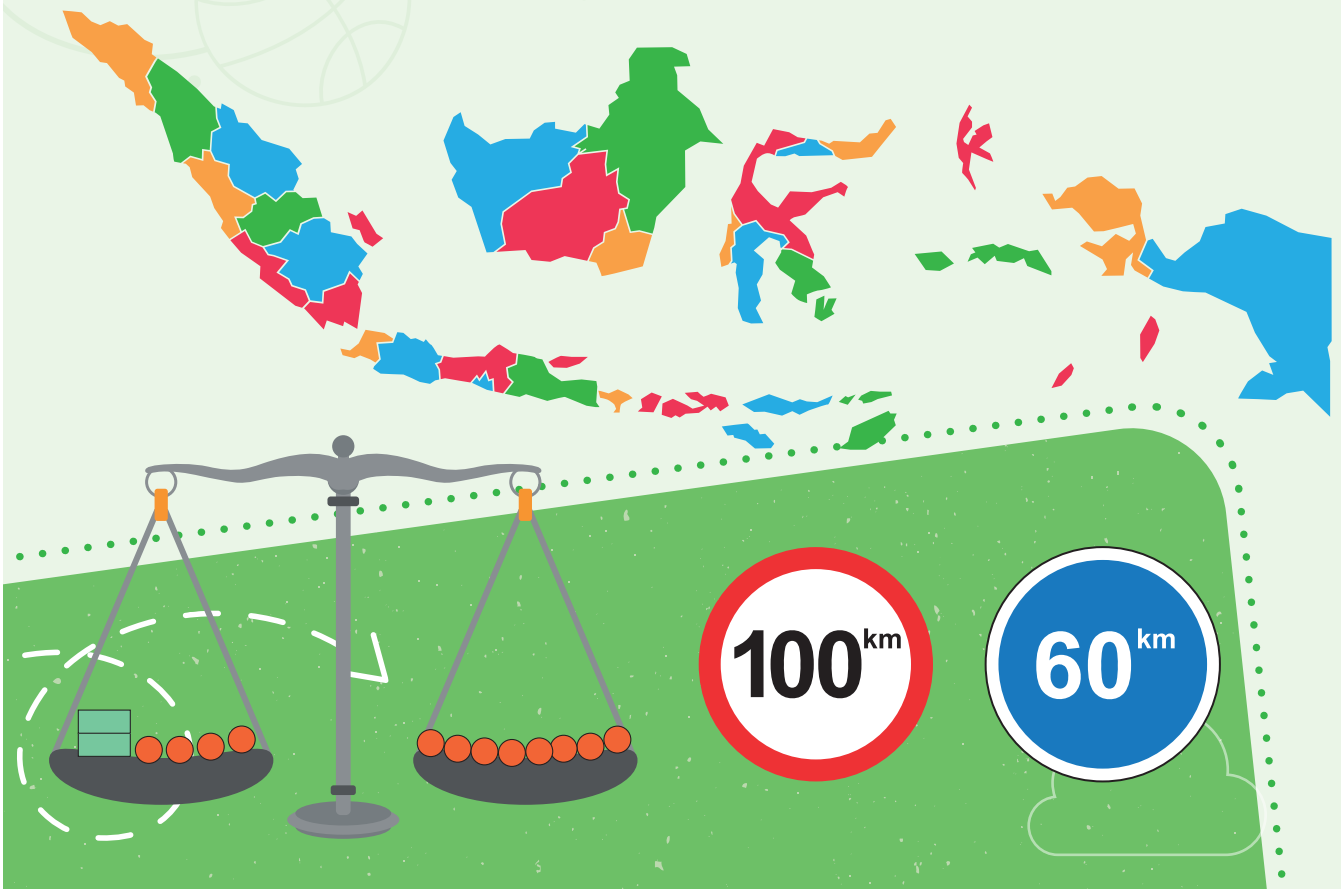
4. Berdasarkan ilustrasi gambar dapat dianalisis bahwa
   a. Jarak $OA = 289,02$ meter
   b. Jarak $AB = 210,98$ meter
   c. Jarak $BC = 365$ meter

5. Menggunakan Teorema Pythagoras, didapatkan bahwa

$$\begin{aligned} \text{Tinggi tembok} &= \sqrt{2^2 - (1,6)^2} \\ &= \sqrt{4 - 2,56} \\ &= \sqrt{1,44} \\ &= 1,2 \text{ meter} \end{aligned}$$

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Republik Indonesia, 2022
Buku Panduan Guru Matematika untuk SMP/MTs Kelas VIII
Penulis: Mohammad Tohir, dkk.
ISBN: 978-602-427-902-8 (Jil.2)

Bab 3

PERSAMAAN LINIER DAN PERTIDAKSAMAAN LINIER SATU VARIABEL

Pengantar bab

Gambar 3.1 Kebun Apel di kota wisata Batu – Jawa Timur

Apakah kalian pernah mengunjungi kebun apel sekaligus memetik buahnya? Kemungkinan ada yang pernah dan ada yang belum. Secara tidak sadar ketika kalian mengelilingi kebun apel dan berjalan sepanjang kebun untuk mengetahui ukuranya, maka kalian akan dapat menemukan keliling dan luas kebun apel tersebut. Selain itu, kalian juga akan mengetahui harga 1 ton apel, jika harga 1 *kg* apel dari hasil panen adalah Rp. 7.000,00. Solusi dari penyelesaian seperti ilustrasi di atas merupakan penerapan dari persamaan linier satu variabel dalam kehidupan sehari-hari.

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajarai bagian ini, kalian diharapkan dapat:

√ Menemukan kebenaran dari sebuah kalimat, baik kalimat terbuka atau tertutup

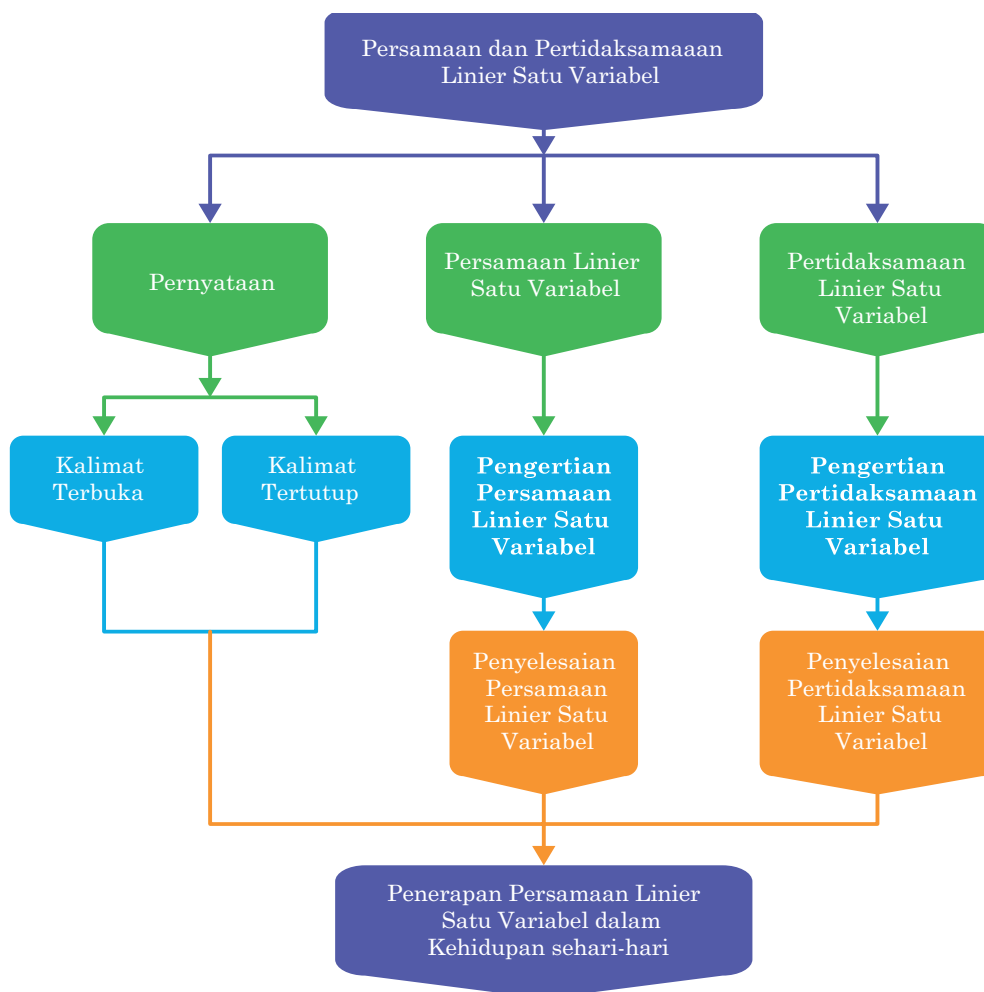
- √ Membuat simulasi untuk memodelkan kalimat terbuka dan tertutup
- √ Memodelkan masalah matematika yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel
- √ Menentukan solusi persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel menggunakan aturan penjumlahan dan pengurangan
- √ Menentukan solusi persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel menggunakan aturan perkalian dan pembagian
- √ Memecahkan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan persamaan linier satu variabel
- √ Memecahkan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan pertidaksamaan linier satu variabel

Pertanyaan Pemantik

- Bagaimana saja bentuk kalimat terbuka dan tertutup?
- Apakah memungkinkan mengubah suatu pernyataan dalam bentuk model matematika?
- Berapa nilai variabel pada persamaan dan persamaan linier variabel?
- Apakah ada perbedaan antara hasil penyelesaian bentuk persamaan dan pertidaksamaan linier variabel?

Kata Kunci

- Kalimat terbuka dan tertutup
- Model matematika
- Persamaan linier
- Pertidaksamaan linier

Peta Konsep

Gambaran Umum Bab

Bab ini bertujuan untuk membangun pemahaman siswa dalam memodelkan beberapa aktivitas dalam permasalahan sehari-hari menjadi bentuk persamaan ataupun pertidaksamaan yang memuat hanya satu jenis benda, yang biasanya disebut sebagai variabel. Selain itu, juga diberikan beberapa aktivitas visual yang menunjukkan bentuk persamaan dan pertidaksamaan, sehingga siswa dapat memahami lebih detail terkait bab ini.

Pada subbab A membahas terkait menemukan konsep persamaan linier satu variabel yang diawali dengan siswa dapat menentukan nilai kebenaran dari suatu pernyataan dan membuat simulasi pemodelan dari suatu pernyataan terbuka dan tertutup. Mengubah masalah yang berkaitan dengan persamaan linier satu variabel menjadi model matematika dan menerapkan aturan penjumlahan dan pengurangan untuk menyelesaikan permasalahan persamaan linier satu variabel dibahas secara detail pada subbab B. Hal ini bertujuan bahwa siswa dapat melakukan penyelesaian permasalahan jika berbentuk kontekstual melalui model matematika yang lebih sederhana. Pada subbab C melengkapi sebelumnya, yang hanya menggunakan aturan penjumlahan dan pengurangan, bagian ini membahas terkait permasalahan yang lebih kompleks, karena menggunakan aturan dalam operasi perkalian dan pembagian. Sehingga siswa mampu menyelesaikan permasalahan yang lebih sulit untuk dipecahkan jika tidak menggunakan model matematika terlebih dahulu. Pada kenyataannya, bentuk permasalahan ataupun aktivitas dalam kehidupan bukan hanya membahas terkait persamaan, tetapi juga pertidaksamaan. Pada subbab D memberikan pemahaman kepada siswa bagaimana menemukan bentuk umum dan memodelkan matematika dari permasalahan yang ditemui siswa. Setelah itu, siswa diharapkan dapat menerapkan operasi matematika untuk menyelesaikan permasalahan pertidaksamaan linier satu variabel, yang dibahas secara detail pada subbab E.

Pemahaman terkait persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel dimulai dengan menunjukkan bentuk kalimat yang dapat dinilai kebenarannya. Sehingga siswa dapat menemukan apakah kalimat tersebut merupakan pertanyaan ataupun pernyataan yang dapat dinilai benar atau salah. Pada Bab 3 ini, menjadi prasyarat untuk memahami bagian persamaan garis lurus yang dasar penyelesaiannya menggunakan konsep persamaan dan pertidaksamaan yang dibahas pada bagian ini. Selain itu, pada bagian ini diberikan beberapa pemahaman mendalam melalui aktivitas yang dapat menunjang siswa lebih memahami penerapan matematika dalam kehidupan serta penerapan pada ilmu pengetahuan lain yang serumpun, misalkan Fisika, Biologi, Kimia, dan Ekonomi.

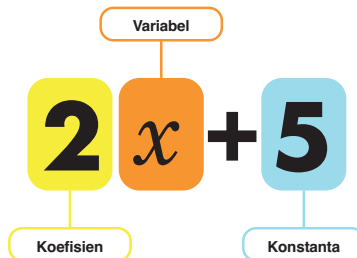
Skema Pembelajaran

Subbab	Alokasi Waktu	Tujuan Pembelajaran	Pokok Materi	Kata Kunci	Metode dan Aktivitas
Konsep persamaan linier satu variabel	2 JP	• Menentukan nilai kebenaran dari suatu pernyataan • Membuat simulasi pemodelan dari suatu pernyataan terbuka dan tertutup	Nilai kebenaran peryataan terbuka dan tertutup, konsep persamaan linier satu variabel melalui pemodelan matematika	Pernyataan terbuka dan tertutup, model matematika	• *Cooperative learning* • Diskusi berkelompok • Tugas mandiri
Menyelesaikan persamaan menggunakan penjumlahan dan pengurangan	2 JP	• Mengubah masalah yang berkaitan dengan persamaan linier satu variabel menjadi model matematika • Menerapkan aturan penjumlahan dan pengurangan untuk menyelesaikan permasalahan persamaan linier satu variabel	Membuat model matematika dalam menyelesaikan persamaan linier satu variabel, menerapkan aturan penjumlahan dan pengurangan	Persamaan linier satu variabel, aturan penjumlahan, aturan pengurangan	• Penemuan terbimbing • Eksplorasi • Unjuk kerja
Menyelesaikan persamaan menggunakan perkalian dan pembagian	6 JP	• Mengubah masalah yang berkaitan dengan persamaan linier satu variabel menjadi model matematika • Menerapkan aturan perkalian dan pembagian untuk menyelesaikan permasalahan persamaan linier satu variabel	Membuat model matematika dalam menyelesaikan persamaan linier satu variabel, menerapkan aturan perkalian dan pembagian	Persamaan linier satu variabel, aturan penjumlahan, aturan pengurangan	• Penemuan terbimbing • Eksplorasi • Unjuk kerja
Konsep pertidaksamaan Linier satu variabel	4 JP	• Menemukan konsep pertidaksamaan linier satu variabel • Membuat pemodelan dari permasalahan sehari-hari terkait pertidaksamaan linier satu variabel ke dalam model matematika	Konsep pertidaksamaan, model matematika pada pertidaksamaan linier satu variabel	Pertidaksamaan linier satu variabel	• Discovery learning • Diskusi berkelompok • Tugas proyek
Menyelesaikan masalah pertidaksamaan linier satu variabel	6 JP	• Mengubah masalah yang berkaitan dengan pertidaksamaan linier satu variabel menjadi model matematika • Menerapkan operasi matematika untuk menyelesaikan permasalahan pertidaksamaan linier satu variabel	Membuat model matematika dalam menyelesaikan pertidaksamaan linier satu variabel, menerapkan operasi matematika dalam menyelesaikan pertidaksamaan linier satu variabel	Menyelesaikan permasalahan terkait pertidaksamaan linier satu variabel	• Discovery Learning • Tugas Proyek • Diskusi Kelompok • Tugas Mandiri

Apersepsi

Kegiatan pada Bab 3 diawali dengan mengajak siswa untuk mengingat kembali materi terkait bentuk aljabar pada bab sebelumnya. Selanjutnya guru mengajak siswa untuk menemukan unsur dalam bentuk aljabar.

Ayo Mengingat Kembali

Pada materi tentang bentuk aljabar pada kelas VII sebelumnya, kalian sudah belajar terkait ekspesi bentuk aljabar seperti bentuk $2x+5$

- ***Variabel*** adalah huruf atau simbol yang digunakan untuk menyatakan suatu besaran atau nilai yang tidak diketahui dan nilainya dapat berubah.
- ***Koefisien*** adalah bilangan yang mewakili pengali variabel.
- ***Konstanta*** adalah bilangan yang memiliki nilai tetap.

A. Memahami Konsep Persamaan Linier Satu Variabel

Operasi penghitungan aljabar menjadi informasi dasar yang harus dipahami terlebih dahulu. Selain itu, konsep-konsep di bagian ini akan berguna untuk berbagai hal, utamanya digunakan untuk memecahkan masalah di bagian selanjutnya dan menyelesaikan permasalahan nyata dalam kehidupan sehari-hari. Sebelum memahami konsepnya, coba perhatikan kegiatan eksplorasi berikut ini.

Guru mengajak siswa untuk mengamati percakapan antara Humam dan Aldo terkait tebak-tebakan yang di dalam percakapanya mengandung pernyataan yang dapat dinilai kebenarannya, baik bernilai benar ataupun salah. Selanjutnya siswa diarahkan untuk menemukan bentuk kalimat tertutup.

Pada kegiatan ini guru diharapkan dapat membimbing siswa untuk menemukan beberapa pernyataan yang diberikan, apakah memiliki nilai benar ataupun salah.

Berikut petunjuk yang dapat digunakan guru membimbing siswa

1. Bilangan prima terkecil adalah 3 (bernilai salah, karena bilangan prima terkecil adalah 2)
2. Jika a bilangan asli, maka $2a+6$ adalah bilangan ganjil (*bernilai salah, karena* $2x$ *jika ditambah bilangan genap maka merupakan bilangan genap*).
3. Empat adalah bilangan ganjil (*bernilai salah, karena* 4 *adalah bilangan genap*)
4. Jayapura adalah ibukota Provinsi Papua (*bernilai benar*)
5. Pegunungan Lantimojong terletak di Sulawesi Utara (*bernilai benar*)

1. Menentukan Kalimat Terbuka dan Tertutup

Gambar 3.2 Peta Indonesia

Perhatikan beberapa kalimat berikut.

(1). Kota Y adalah ibu kota Pemerintah Darurat Republik Indonesia.

(2). Provinsi S terletak di pulau Kalimantan.

(3). Kota K adalah salah satu ibu kota provinsi di pulau Sulawesi.

(4). Dua ditambah a sama dengan delapan

(5). $p + 28 = 40$

(6). $x + 4 = 20$

Berdasarkan beberapa kalimat di atas, dapatkah kalian menentukan nilai kebenarannya?

Kita tidak dapat menentukan nilai kebenaran dari beberapa kalimat di atas. Hal ini dikarenakan masih terdapat unsur-unsur yang belum diketahui nilainya. Sehingga, jika detail dari pernyataan di atas diperinci untuk menemukan kebenarannya, maka beberapa kalimat di atas dapat diketahui bahwa kalimat (1) menyesuaikan nilai kota Y, kalimat (2) menyesuaikan pada Provinsi S, kalimat (3) sesuai dengan kondisi kota K, kalimat (4) menyesuaikan dengan nilai a, kalimat (5) sesuai dengan nilai p, dan kalimat (6) sesuai dengan nilai x.

Terdapat dua asumsi yang bisa kalian peroleh dari beberapa kalimat di atas. Namun, jika Anda mengubahnya ke dalam bentuk kalimat tertutup, maka kalimat tersebut akan memiliki kesimpulan benar atau salah.

Pembahasan

Jika Y diganti dengan **Bukittinggi**, maka kalimat (1) menjadi kalimat tertutup dan bernilai benar. Tetapi, jika Y diganti dengan **Yogyakarta**, maka kalimat (1) bernilai salah.

Pada kalimat (2), jika S diganti dengan **Pontianak**, maka menjadi kalimat tertutup dan bernilai benar. Namun jika S diganti dengan **Makassar**, maka kalimat tersebut bernilai salah.

Kalimat (3) menjadi kalimat tertutup dan bernilai benar, jika K diganti menjadi **Gorontalo**. Tetapi jika K diganti dengan **Banjarmasin**, maka kalimat tersebut bernilai salah.

Jika a diganti dengan 6, maka kalimat (4) menjadi kalimat tertutup dan bernilai benar. Pada kalimat (4) tersebut, jika dua ditambah a sama dengan 8 dimodelkan dalam bentuk matematika, maka

$$2 + a = 8$$

Nilai a diganti angka 6, menjadi

$$\begin{aligned} 2 + 6 &= 8 \\ 8 &= 8 \end{aligned}$$

Namun, jika $a \neq 6$, maka bernilai salah.

Pada kalimat (5), akan menjadi kalimat tertutup dan bernilai benar, jika p diganti dengan 12.

$$p + 28 = 40$$

Nilai p diganti dengan angka 12,

$$\begin{aligned} 12 + 28 &= 40 \\ 40 &= 40 \end{aligned}$$

Tetapi, jika $p \neq 12$, maka bernilai salah.

Jika x diganti dengan angka 16, maka kalimat (6) menjadi kalimat tertutup dan bernilai benar. Tetapi, jika $x \neq 16$, maka bernilai salah.

$$x + 4 = 20$$

Nilainya x diganti dengan angka 16,

$$\begin{aligned} 16 + 4 &= 20 \\ 20 &= 20 \end{aligned}$$

Definisi

Kalimat tertutup adalah pernyataan yang hanya dapat dikatakan benar atau salah, tidak keduanya.

Kalimat terbuka adalah pernyataan yang tidak dapat dinilai benar atau salah. Karena masih ada elemen dengan nilai yang tidak diketahui.

Ayo Bekerja Sama

Bagaimana kalian menentukan bahwa unsur-unsur pada kalimat (1), (3), (4) dan (7) yang masih terdapat nilai yang belum diketahui menjadi kalimat yang bernilai benar? Diskusikan dengan teman sebangku kalian, selanjutnya tukarkan jawaban kalian dengan teman sekelas yang lain!

Pada kegiatan Ayo Bekerja Sama guru meminta siswa untuk memperhatikan kembali Contoh 3.1, utamanya pada poin (1), (3), (4), dan (7). Kemudian diskusikan dengan teman sebangku untuk menemukan nilai dari variabel yang belum diketahui.

Tahukah Kalian?

Himpunan adalah daftar atau kumpulan objek yang memiliki kesamaan karakteristik. Objek dalam suatu himpunan tersebut dapat berupa apa saja mulai dari angka, huruf, bentuk dan suatu nama, tempat atau lukisan, biasanya memiliki kesamaan tertentu. Daftar anggota atau elemen suatu himpunan ditempatkan di dalam sepasang kurung kurawal { }.

Misalkan:

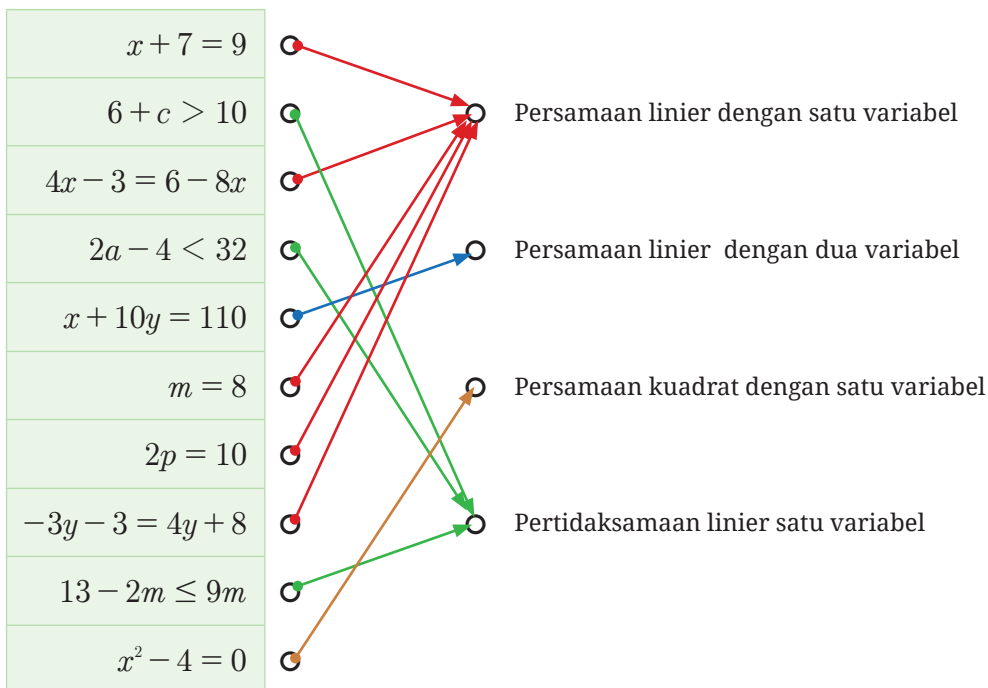
- $P = \{kumpulan\ hewan\ berkaki\ empat\}$

  P dapat berisi kambing, sapi, kerbau, gajah, dan sebagainya
- $N = \{kumpulan\ bilangan\ Asli\ kurang\ dari\ 8\}$

  N berisi $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

2. Menemukan bentuk umum dari Persamaan Linier Satu Variabel

Ayo Bereksplorasi

Kegiatan Ayo Bereksplorasi ini, siswa diminta untuk memasangkan pada bentuk model matematika yang menyatakan persamaan atau pertidaksamaan linier satu variabel atau bukan.

Berdasarkan kegiatan di atas, karakteristik pada bentuk persamaan ataupun pertidaksamaan linier satu variabel dapat dinyatakan siswa secara beraneka ragam. Untuk menghargai bentuk produk karya yang diminati siswa sebagai upaya mewadahi pembelajaran berdiferensiasi

Kegiatan ini, siswa diminta untuk mengisi tabel yang sudah disediakan berdasarkan contoh yang sudah diberikan sebelumnya.

Persamaan yang ditemukan siswa bisa beraneka ragam, tergantung pada kemampuan siswa menemukan bentuk persamaan yang sudah dipelajari sebelumnya.

Berikut alternatif penyelesaian.

No	Persamaan	Variabel	Pangkat variabel tertinggi	Pangkat variabel terendah	keterangan
1	$x + 7 = 9$	x	1	1	Variabel = x Koefisien = 1 Konstanta = 7 dan 9

No	Persamaan	Variabel	Pangkat variabel tertinggi	Pangkat variabel terendah	keterangan
2	$p + 28 = 40$	p	1	1	Variabel = p Koefisien = 1 Konstanta = 28 dan 40
3	$2p = 10$	p	1	1	Variabel = p Koefisien = 2 Konstanta = 10
4	$x + 10y = 110$	x dan y	1	1	Variabel = x dan y Koefisien = 1 dan 10 Konstanta = 110
5	$4x - 3 = 6 - 8x$ $12x = 9$	x	1	1	Variabel = x Koefisien = 12 Konstanta = 9
6	$-3y - 3 = 4y + 8$ $-7y = 11$	y	1	1	Variabel = y Koefisien = -7 Konstanta = 11
7	$x + 4 = 20$	x	1	1	Variabel = x Koefisien = 1 Konstanta = 20 dan 4
8	$x^2 - 4 = 0$	x	2	1	Variabel = x Koefisien = 1 Konstanta = 4

Setelah mengisi tabel di atas, guru diharapkan dapat menampung semua temuan siswa, selanjutnya bimbing untuk memperhatikan karakteristik pada persamaan linier satu variabel. Kemudian lakukan kegiatan berikutnya.

Ayo Bekerja Sama

Diskusikan dengan teman satu meja kalian. Bagaimana bentuk umum dari persamaan linier satu variabel dan berikan alasannya.

Alternatif Jawaban Soal Latihan 3.1

1. a. Benar
   b. Salah
   c. Benar
   d. Benar

2. a. $m = \{7, 14, 21\}$
   b. $(k - 2)$ membagi 12.
   c. $t = \{2, 4, 6, 8, 10, \ldots\}$
   d. $a = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16\}$

3. a. $x + 18 = 25$
   b. $44 = t + 6$
   c. $15 = \frac{p}{3}$
   d. $a + b + c = 24$

4. Misalkan:

   Uang Ahmad = x

   Uang Dhoni = y,

   maka $x + y = 220.000$

   $108.000 + y = 220.000$

   $y = 220.000 - 108.000$

   $y = 112.000$

   Jadi, bentuk bersamaan yang sesuai adalah $108.000 + y = 220.000$ atau $y = 112.000$

5. Misalkan:

   Bernafas dalam sehari $= p$

   Dalam sehari terdapat 24 jam yang berarti $24 \times 60 = 1.440$ *menit*

   Sehingga persamaannya adalah $p = \frac{24.000}{1.440}$

B. Menyelesaikan Persamaan Linier Satu Variabel

Saat menyelesaikan persamaan linier satu variabel yang bertujuan untuk menyederhanakan persamaan dengan hanya menyisakan variabel pada salah satu ruas. Setiap langkah yang digunakan untuk menyederhanakan persamaan tersebut, akan menghasilkan persamaan yang ekuivalen. Apa itu persamaan yang ekuivalen?

Pertimbangkan persamaan berikut.

1. $2x - 1 = 3$
2. $x + 2 = 8$
3. $2x - 2 = 10$

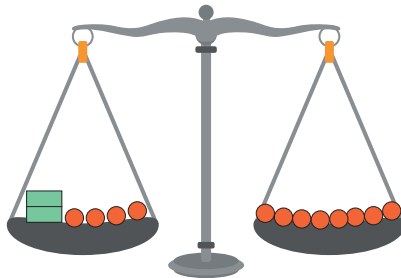
Bagaimana penyelesaian akhir yang ditetapkan untuk setiap persamaan di atas? Semua persamaan memiliki tahapan penyelesaian yang setara. Persamaan di atas disebut sebagai persamaan yang sama atau persamaan yang ekuivalen. Persamaan setara dapat dimodelkan sebagai timbangan yang seimbang. Jika kedua lengan itu ditambahkan atau dikurangi dengan menggunakan beban yang sama, tetapi timbangan tetap seimbang.

Kegiatan Ayo Bereksplorasi ini, siswa diminta untuk mengamati Gambar 2 pada buku siswa yang mengilustrasikan suatu timbangan dengan beban yang sama, baik beban di lengan kiri ataupun lengan

kanan. Guru diharapkan dapat membimbing siswa untuk menemukan apa saja yang dapat disimpulkan dari ilustrasi timbangan, kemudian mengaitkannya dengan bentuk persamaan.

Ayo Mencoba

Kegiatan ini, siswa diminta untuk menjawab pertanyaan dan membuat model dari ilustrasi timbangan kedalam bentuk persamaan, serta menentukan penyelesaiannya. yang sudah disediakan berdasarkan contoh yang sudah diberikan sebelumnya.

1. Gunakan model timbangan untuk menyelesaikan persamaan $2x + 4 = 8$

Gambar 3.3 Kondisi timbangan menyatakan persamaan $2x + 4 = 8$

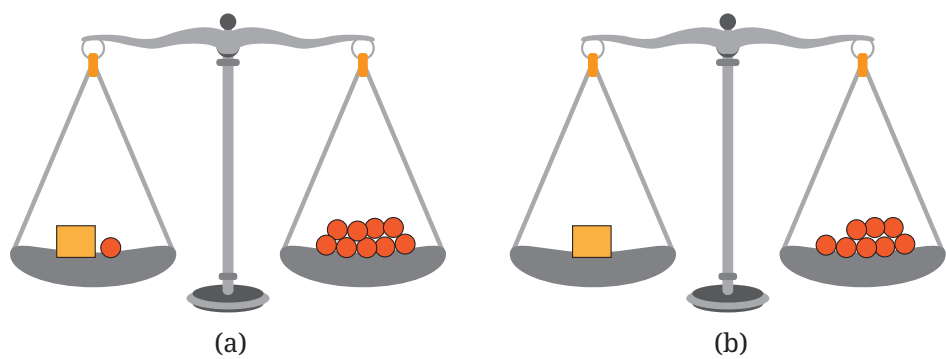
   a. *Penjelasan setiap siswa dapat beragam, guru diharapkan dapat menampung semua pendapat siswa kemudian didiskusikan bersama*.
   Misalkan:
   ▭ mewakili x, hal ini dikarenakan di dalam kotak belum diketahui nilai x, dan ● dimisalkan menggantikan konstanta yang sudah diketahui nilainya.

   b. Berdasarkan pada poin (a) dapat diketahui bahwa Satu ▭ setara dengan dua ●

   c. Sehingga nilai $x = 2$

2. Pada Gambar 4 di bawah dimisalkan kotak ▭ adalah n, maka Gambar 4(a) benar untuk mengilustrasikan $n + 1 = 9$. Tetapi jika dioperasikan, maka $n + 1 = 9$ dapat ditulis menjadi $n = 8$.

Sedangkan bentuk $n = 8$ ditunjukkan oleh Gambar 4(b). Dengan demikian, kedua gambar tersebut dapat digunakan untuk mengilustrasikan persamaannya.

Guru diharapkan dapat membimbing siswa dan memfasilitasi jika terdapat siswa mengungkapkan jawaban yang berbeda.

Gambar 3.4 Kondisi timbangan yang menyatakan suatu persamaan

3. Pada nomor ini, siswa diminta melengkapi tabel yang diberikan dengan panduan pada contoh yang terletak di baris pertama.

Persamaan	Tahapan	Penyelesaian	Bukti/Alasan
$x + 1 = 5$	$x + 1 = 5$ $x + 1 - 1 = 5 - 1$ $x = 4$	$x = 4$	$x + 1 = 5$ $4 + 1 = 5$ $5 = 5\,(benar)$
$4 + m = 15$	$4 + m = 15$ $-4 + 4 + m = -4 + 15$ $m = 11$	$m = 11$	$4 + m = 15$ $4 + 11 = 15$ $15 = 15\,(benar)$
$6 = a - 3$	$6 = a - 3$ $6 + 3 = a - 3 + 3$ $9 = a$	$a = 9$	$6 = a - 3$ $6 = 9 - 3$ $6 = 6\,(benar)$

Persamaan	Tahapan	Penyelesaian	Bukti/Alasan
$x-8=16$	$x-8=16$ $x-8+8=16+8$ $x=24$	$x=24$	$x-8=16$ $24-8=16$ $16=16\ (benar)$
$17=p-6$	$17=p-6$ $17+6=p-6+6$ $23=p$	$p=23$	$17=p-6$ $17=23-6$ $17=17\ (benar)$
$20=8x-4$	$20=8x-4$ $20+4=8x-4+4$ $24=8x$ $\frac{24}{8}=\frac{8x}{8}$ $3=x$	$x=3$	$20=8x-4$ $20=8(3)-4$ $20=20\ (benar)$

Ayo Berteknologi

Pada kegiatan ini, siswa diminta memindai QR code atau mengetikkan tautan yang tersedia untuk menambah pemahaman terkait menggunakan operasi aljabar dalam menyelesaikan persamaan linier satu variabel

Pindai *QR code* atau gunakan tautan pada halaman berikut ini untuk mengakses program interaktif untuk simulasi menentukan nilai dari variabel dalam suatu persamaan. Program interaktif tersebut juga dapat digunakan untuk menguji kemampuan siswa dalam menggunakan operasi aljabar dalam persamaan linier satu variabel.

http://ringkas.kemdikbud.go.id/PersamaanLinier

Petunjuk

Pada tautan atau QR code tersebut siswa di ajak untuk mengeksplorasi media interaktif dengan beberapa pilihan ikon. Selanjutnya siswa diharapkan juga dapat mencoba media tersebut. Guru melakukan bimbingan kepada siswa untuk mengarahkan siswa memahami media interaktif tersebut. Berikut ditunjukkan tampilannya.

- ***Ruas kiri*** adalah persamaan di sebelah kiri tanda sama dengan $(=)$
- ***Ruas kanan*** adalah persamaan di sebelah kanan tanda sama dengan $(=)$
- ***Solusi Persamaan*** adalah nilai variabel yang membuat persamaan menjadi benar, yaitu membuat ruas kiri sama dengan ruas kanan.

Misalkan:

$$\underbrace{3x + 8}_{\text{Ruas Kiri}} = \underbrace{14}_{\text{Ruas Kanan}}$$

Pada persamaan $3x + 8 = 14$ di atas diketahui bahwa satu-satunya nilai variabel x yang membuat persamaan tersebut benar adalah $x = 2$.

Perhatikan ketika $x = 2$ maka Ruas kiri $= 3x + 8$

$$\begin{aligned} &= 3 \times 2 + 8 \\ &= 6 + 8 \\ &= 14 \\ &= \text{Ruas kanan} \end{aligned}$$

Sehingga, terbukti benar bahwa penyelesaian persamaan di atas adalah $x = 2$, karena mengakibatkan Ruas kiri = Ruas kanan

Pada kegiatan Ayo Berpikir Kreatif kali ini, Guru dapat memasangkan setiap siswa bisa dalam satu bangku atau bisa di acak. Kemudian siswa diharapkan ddapat saling bekerjasaman untuk menemukan ide kreatif dalam membuat bentuk persoalan atau permasalahan persamaan linier satu variabel dan menemukan penyelesaiannya.

Terdapat ide kreatif yang nantinya ditunjukkan oleh siswa. Guru diharapkan dapat menampun seluruh kreatifitas siswa sebagai bentuk diferensiasi produk.

Coba kalian temukan bentuk persamaan linier satu variabel lain yang memiliki bentuk serupa, tetapi tidak sama dengan beberapa persamaan sebelumnya. Analisis penyelesaiannya dengan memperhatikan contoh yang sudah diberikan.

Kegiatan ini dimaksudkan supaya siswa berpikir kritis dengan memperhatikan beberapa bentuk persamaan yang tidak biasa dan belum diberikan pada contoh sebelumnya. Guru diharapkan dapat memfasilitasi siswa untuk melakukan analisis terhadap bentuk persamaan tersebut.

Solusi dari persamaan $3x + 4x = 7x$, secara umum dipahami sebagai bentuk penjumlahan yang menghasilkan $7x = 7x$ dan benar untuk semua x anggota bilangan riil. Maka persamaan $2x + 1 = 7$ dapat dikatakan benar jika harga $x - 3$, karena itu himpunan penyelesaiannya adalah $\{3\}$. Bagaimana kira-kira penyelesaian persamaan di bawah ini?

a. $x = x + 2$,

b. $3[x - (x + 1)] = -2$

c. $5 - 3(x - 6) = 4(x - 9) - 7x$.

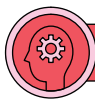
Apakah terdapat solusi untuk setiap persamaan tersebut? Jelaskan jawaban kalian dan diskusikan dengan teman kalian.

Alternatif Jawaban Soal Latihan 3.2

1. Berdasarkan ilustrasi dimisalkan banyak keseluruhan jambu biji dalam keranjang adalah b, maka.
   a. Salah, seharusnya $b - (10 + 7) = 16$
   b. Benar
   c. Salah, karena total keseluruhan jambu biji yang sudah dikupas adalah 20
   d. Benar
2. Nilai x yang memenuhi adalah
   a. $x = -12$
   b. $5x = 25$
      $x = 5$
   c. $8x = 8$
      $x = 1$
   d. $3x = -15$
      $x = -5$
   e. $-12 = 2x$
      $-6 = x$

3. Berdasarkan karakteristik segitiga diketahui bahwa jumlah sudut dalam segitiga adalah $180°$, maka

$$2m° + m° + m + 10° = 180°$$
$$4m° + 10 = 180°$$
$$4m° = 180° - 10°$$
$$4m = 170°$$
$$m = \frac{170}{4}$$
$$m = 42,5$$

Dengan demikian, nilai m adalah $42,5°$

4. Diketahui bahwa titik lebur bromin adalah $-7°C$
   Misalkan titik lebur nitrogen = p, maka

$$-7 = \frac{1}{30}p$$
$$-7 \times 30 = p$$
$$-210 = p$$

   Sehingga, bentuk persamaannya adalah $-7 = \frac{1}{30}p$
   Dan titik lebur nitrogen adalah $-210°C$

5. Diketahui:
   Suhu Celcius Papua adalah $25,6°$, menggunakan rumus berikut

$$C = \frac{5}{9}(F - 32), \text{maka}$$
$$25,6 = \frac{5}{9}(F - 32)$$
$$25,6 = \frac{5}{9}F - \frac{160}{9}$$
$$25,6 + \frac{160}{9} = \frac{5}{9}F, \text{ kedua ruas dikali } 9$$
$$230,4 + 160 = 5F$$
$$390,4 = 5F$$
$$78,08 = F$$

   Sehingga, suhu Fahrenheit di provinsi Papua adalah $78,08°F$

C. Menemukan Konsep Pertidaksamaan Linier Satu Variabel

Ayo Bereksplorasi

Kegiatan Ayo Bereksplorasi berikut, siswa diminta memperhatikan peta google maps kemudian memperhatikanrambu-rambu yang dipasang disepanjang jalan tol. Pada rambu lalu lintas tersebut terdapat makna yang tersebunyi. Guru dapat memfasilitasi siswa untuk menunjukkan makna dari rambu lalu lintas tersebut yang ada kaitannya dengan konsep pertidaksamaan linier.

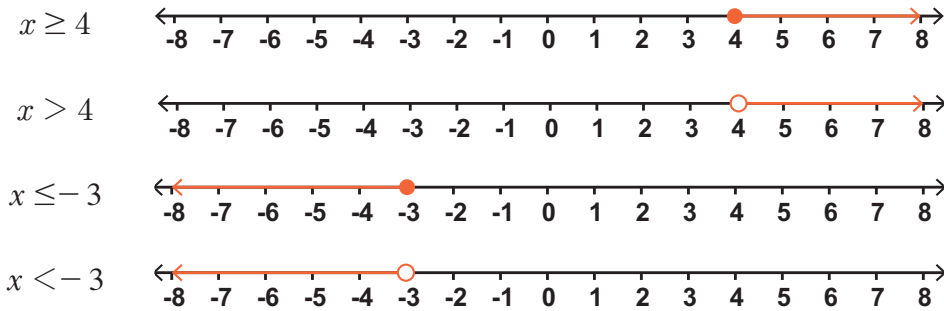
Ayo Berpikir Kreatif

Pada kegiatan Ayo Berpikir kreatif, siswa diajak terlebih dahulu memperhatikan beberapa garis bilangan yang mengilustrasikan model matematika terkait permasalahan pertidaksamaan linier satu variabel dalam kehidupan sehari-hari.

Guru dapat memberikan ilustrasi lain dalam menunjukkan bentuk pertidaksamaan linier satu variabel yang lebih dekat dengan anak.

Tahukah Kalian?

Pada penyelesaian yang ditunjukkan di kegiatan Ayo Berpikir Kreatif, himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $t \leq 43$ merupakan semua bilangan riil yang dibatasi pada pertidaksamaan tersebut dan dapat dinyatakan dengan “semua bilangan riil yang kurang dari atau sama dengan 43”. Sehingga, himpunan penyelesaiannya tak terhingga jumlahnya dan tidak dapat disebutkan satu-satu. Berikut ditunjukkan visualisasi himpunan penyelesaian yang ditunjukkan pada garis bilangan, notasi interval dan notasi pembentuk himpunan

Perhatikan beberapa pertidaksamaan dan himpunan penyelesaiannya dalam bentuk garis bilangan berikut.

Perhatikan titik atau bulatan pada garis bilangan di atas. Jika bilangan yang ditanyakan terletak pada suatu titik yang diwakili oleh bulatan penuh (•), maka bilangan pada titik tersebut adalah anggota himpunan penyelesaian. Sedangkan, Jika bilangan pada suatu titik diwakili oleh bulatan kosong (∘), maka bilangan pada titik tersebut tidak termasuk anggota himpunan penyelesaian.

Berdasarkan beberapa simbol yang sudah ditunjukkan sebelumnya, perlu kalian ketahui bahwa dalam menyatakan simbol tersebut dapat menggunakan beberapa kata berikut.

Simbol Pertidaksamaan				
Simbol	$<$	$>$	$\leq$	$\geq$
kata	Kurang dari	Lebih dari	• Kurang dari sama dengan • Hanya • Paling banyak	• Lebih dari sama dengan • Setidaknya • Paling sedikit

Ayo Berpikir Kritis

Pada kegiatan ini, guru diharapkan dapat menunjukkan bentuk pertidaksamaan yang ekuivalen.

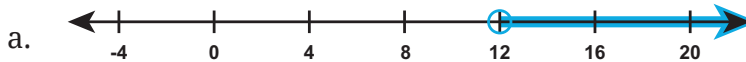
Misalkan:

Bentuk $t \leq 43$ dengan $43 \leq t$ merupakan pertidaksamaan yang ekuivalen. Guru dapat menggunakan garis bilangan untuk memberikan gambaran kepada siswa ataupun ilustrasi lain yang menunjukkan kreatifitas guru.

Himpunan penyelesaian yang sudah ditunjukkan dari beberapa permasalahan sebelumnya merupakan anggota himpunan bilangan asli. Berdasarkan himpunan penyelesaian sebelumnya terdapat penyelesaian $t \leq 43$. Apakah $t \leq 43$ dan $43 \leq t$ merupakan dua pertidaksamaan yang ekuivalen? Apakah $x > -5$ dan $-5 < x$ juga merupakan dua persamaan yang ekuivalen? Jelaskan jawaban kalian.

Alternatif Jawaban Soal Latihan 3.3

1. Misalkan titik yang dimaksud disimbolkan dengan k, maka

   a.

   Garis bilangan tersebut bermakna $k > 12$

   b.

   Garis bilangan tersebut bermakna $k \leq -4$

2. Berikut ditunjukkan model matematika dalam bentuk pertidaksamaan linier satu variabel. Jika dimisalkan variabel yang dimaksud adalah x

   a. $5x \leq 290$

   b. $x \geq 250$

   c. $x \leq 3.600.000$

   d. $x \geq 350$

   e. $$\begin{aligned} 5 \times 3 \times (x+2) &\geq 60 \\ 15(x+2) &\geq 60 \\ 15x + 30 &\geq 60 \\ 15x &\geq 30 \\ x &\geq 2 \end{aligned}$$

3. Model pertidaksamaan linier.

   a. $2y > -\frac{5}{2}$

   b. $z + 9 \leq 21$

4. Pembuktian

   a. $x + 14 > 9$

      $x > -5 (\text{tidak berlaku})$

   b. $1 - 2p \leq -9$

      $-2p \leq -9 - 1$

      $-2p \leq -10$

      $p \leq 5 (\text{tidak berlaku})$

   c. $r + 2 \geq -3$

      $r \geq -5 (\text{berlaku})$

5. Diketahui bahwa rumus rata-rata adalah $\frac{\textit{jumlah seluruh data}}{\textit{banyak data}}$, maka

$$\frac{97 + 82 + 89 + 99 + x}{5} \geq 90$$

$$\frac{367 + x}{5} \geq 90$$

$$367 + x \geq 90 \times 5$$

$$x \geq 450 - 367$$

$$x \geq 83$$

D. Menyelesaikan Masalah terkait Pertidaksamaan Linier Satu Variabel

Ayo Bereksplorasi

Pada kegiatan Ayo Bereksplorasi kali ini siswa diminta memperhatikan beberapa kalimat yang mungkin sering dijumpai atau diungkapkan yang menunjukkan bentuk pertidaksamaan linier. Guru mengajak siswa untuk mengamati beberapa kalimat yang memunculkan makna dari tanda pertidaksamaan.

Guru juga dapat menunjukkan ilustrasi lain yang sesuai dan berdasarkan kreatifitas dengan memperhatikan kondisi dan kebutuhan siswa.

Pertidaksamaan linier satu variabel memiliki beberapa karakteristik yang dapat kalian gunakan untuk menemukan solusi permasalahannya. Berikut ditunjukkan karakteristik dari pertidaksamaan linier satu variabel.

1. Bentuk pertidaksamaan linier, jika ruas kanan dan ruas kiri dijumlahkan atau dikurangi dengan bilangan yang sama maka tanda pertidaksamaan tetap. Perhatikan ilustrasi berikut.

$Jika\ a < b, maka\ a + c < b + c$ $Jika\ a > b, maka\ a + c > b + c$ Contoh $-4 < 2$ $-4 + 5 < 2 + 5$ $1 < 7$	$Jika\ a < b, maka\ a - c < b - c$ $Jika\ a > b, maka\ a - c > b - c$ Contoh $2 < 6$ $2 - 5 < 6 - 5$ $-3 < 1$

Catatan: sifat di atas juga berlaku untuk tanda pertidaksamaan $\geq$ dan $\leq$

2. Perbedaan mendasar antara persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel adalah pada operasi perkalian dan pembagian dengan bilangan bukan nol. Berikut ditunjukkan karakteristik pertidaksamaan linier satu variabel pada operasi perkalian dan pembagian.

    a. Jika ruas kanan dan ruas kiri dikalikan atau dibagi dengan bilangan positif, maka tanda pertidaksamaan tetap. Perhatikan ilustrasi pada halaman berikut.

Jika $a < b$, maka $a \cdot c < b \cdot c$ Jika $a > b$, maka $a \cdot c > b \cdot c$ Contoh $4 > 2$ $4 \cdot 3 > 2 \cdot 3$ $12 > 6$	Jika $a < b$, maka $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ Jika $a > b$, maka $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ Contoh $6 > -9$ $\frac{6}{3} > \frac{-9}{3}$ $2 > -3$

Catatan: sifat di atas juga berlaku untuk tanda pertidaksamaan ≥ dan ≤

b. Jika ruas kanan dan ruas kiri dikalikan atau dibagi dengan bilangan negatif, maka tanda pertidaksamaan berubah. Perhatikan ilustrasi pada halaman berikut.

Jika $a < b$, maka $a \cdot (-c) < b \cdot (-c)$ $-ac > -bc$ Jika $a > b$, maka $a \cdot (-c) > b \cdot (-c)$ $-ac < -bc$ Contoh $4 > 2$ $4 \cdot (-3) > 2 \cdot (-3)$ $-12 < -6$	Jika $a < b$, maka $\frac{a}{-c} < \frac{b}{-c}$ $\frac{a}{-c} > \frac{b}{-c}$ Jika $a > b$, maka $\frac{a}{-c} > \frac{b}{-c}$ $\frac{a}{-c} < \frac{b}{-c}$ Contoh $6 > -9$ $\frac{6}{-3} > \frac{-9}{-3}$ $-2 < 3$

Catatan: sifat di atas juga berlaku untuk tanda pertidaksamaan ≥ dan ≤

Pada kegiatan ini siswa diminta menunjukkan sikap kritis yang berfokus pada bentuk persamaan dan pertidaksamaan serta penyelesaiannya

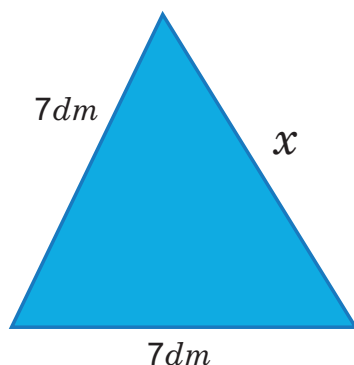
Guru dapat menunjukkan bentuk persamaan terlebih dahulu, kemudian menunjukkan bentuk pertidaksamaan. Selanjutnya dianalisis langkah-langkah dalam menemukan solusinya. Apakah menggunakan tahapan dan karakteristik yang sama atau berbeda

Setelah mengamati beberapa bentuk pertidaksamaan, bandingkan dan jelaskan bagaimana perbedaan penyelesaian dari persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel.

Ayo Bekerja Sama

Guru membagi siswa ke dalam beberapa kelompok. Pemilihan kelompok menggunakan konsep pembelajaran berdiferensiasi, sehingga dalam satu kelompok diharapkan dapat ikut serta dalam diskusi dan mendapatkan hasil yang maksimal. Setelah berkelompok, siswa diminta untuk berdiskusi dalam kelompoknya untuk menyelesaikan beberapa permasalahan yang sudah diberikan. Guru memberikan pendampingan kepada setiap kelompok.

Kalian telah melakukan pengamatan dan analisis terhadap langkah-langkah dalam menyelesaikan pertidaksamaan linier satu variabel. Sebagai upaya meningkatkan pemahaman, diskusikan beberapa pertanyaan berikut dengan kelompok kalian.

1. Apakah terdapat perbedaan strategi dalam menyelesaikan persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel? Bagaimana saja perbedaannya?
2. Bagaimana pendapat kalian terkait pertidaksamaan $x+3>5$ dan $x>5-3$, apakah termasuk pertidaksamaan yang setara? Jelaskan
3. Perhatikan segitiga di bawah ini.

   a. Bagaimana bentuk pertidaksamaan yang terbentuk dari keliling segitiga tersebut?
   b. Berapakah nilai x, jika keliling segitiga tersebut hanya $25\ dm$

Alternatif Jawaban Soal Latihan 3.4

1. Diketahui:

   Panjang $= 20\ m$

   Lebar = $(6y-1)\,m$

   Luas $\leq 100\ m^2$

   a. Lebar tanah menggunakan pertidaksamaan

   $$Luas = panjang \times lebar$$
   $$20 \times (6y-1) \leq 100$$
   $$120y - 20 \leq 100$$
   $$120y \leq 120$$
   $$y \leq \frac{120}{120}$$
   $$y \leq 1$$

   Karena lebar $= 6y-1$
   $= 6(1)-1$
   $= 5m$

   b. Biaya yang dikeluarkan untuk $1\ m^2$ adalah Rp. 2.000.000,00, maka untuk luas $100\ m^2$ adalah $100 \times 2.000.000 = 200.000.000$ Dengan demikian, total biaya yang dileuarkan diperkirakan $\leq Rp.\ 200.000.000,00$

2. Diketahui:

   Lumba-lumba makan ikan dalam sehari 15 *kg*.

   Tempat ikan menggunakan timba untuk 3 *kg*.

   a. Jika x dimisalkan sebagai timba, maka $3x \leq 15$

   Bentuk pertidaksamaan $3x \leq 15$
   $$x \leq \frac{15}{3}$$
   $$x \leq 5$$

   b. Jika lumba-lumba sudah makan ikan sebanyak 10 *kg*, dan setiap timba hanya dapat menampung maksimal 3 *kg*. Maka kekurangan timba yang dibutuhkan adalah 2 timba.

3. Berikut penyelesaiannya
$$6 < 2 - 4x < 10$$
$$6 - 2 < 2 - 2 - 4x < 10 - 2$$
$$4 < -4x < 8$$
$$\frac{4}{-4} > \frac{-4}{-4}x > \frac{8}{-4}$$
$$-1 > x > -4$$

Karena x anggota bilangan bulat dengan penyelesaian $-1 > x > -4$, maka himpunan penyelesaiannya adalah $\{x | -4 < x < -1, x \in \textit{bilangan bulat}\}$

4. Diketahui:

Muatan maksimal mobil pick up 2.000 *kg*

Berat pengemudi dan kernet 150 *kg*

Berat 1 kotak = 50 *kg*

a. Sebelum menghitung banyak kotak yang diangkut dalam sekali perjalanan, ditentukan bentuk pertidaksamaanya dahulu.

Misal:

Banyak kotak = x, maka
$$50x \leq 2.000 - 150$$
$$x \leq \frac{1.850}{50}$$
$$x \leq 37$$

Sehingga, banyak kotak yang dapat diangkut dalam sekali perjalanan adalah $x \leq 37$ kotak

b. Jika mobil pick up harus membawa 350 kotak, maka

Misal:

Banyak pengangkutan = p

$$p \leq \frac{350}{37}$$
$$p \leq 9,45$$

Karena banyak pengangkutan tidak bilangan bulat, maka

$$p \leq 9,45 \approx 10$$

Sehingga, banyak pengangkutan yang dibutuhkan adalah 10 pengangkutan.

5. Diketahui:

Uang Humam = Rp180.000,00

Harga 1 kg jeruk Rp15.000,00

Bentuk pertidaksamaan

$$15.000x \leq 180.000$$
$$x \leq \frac{180.000}{15.000}$$
$$x \leq 12$$

Sehingga, banyak jeruk yang dapat dibeli Humam adalah 12 kg

Ayo Berefleksi

Pada kegiatan ini, siswa diminta untuk melakukan beberapa aktivitas, seperti mengingat kembali, menganalisis tujuan dari kegiatan yang dilakukan sebelumnya.

Kemudian, menganalisis kembali keberhasilan kegiatan yang sudah dilakukan, terakhir melakukan aksi untuk kegiatan pada sub bab berikutnya. Pada kegiatan ini terdapat beberapa pertanyaan yang dapat digunakan guru memfasilitasi siswa melakukan aktivitas dalam kegiatan Ayo Berefleksi.

a. Apakah setiap bentuk kalimat tertutup dan terbuka yang kalian jumpai dapat diilustrasikan dalam model matematika?

b. Bagaimana menemukan himpunan penyelesaian dari persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel?

c. Apakah terdapat perbedaan dalam menyelesaikan permsalahan terkait persamaan dan pertidaksamaan linier satu variabel?

Alternatif Penyelesaian Uji Kompetensi Bab 3

A. Alternatif Jawaban untuk Pilihan Ganda

1. c
2. c
3. c
4. a
5. d

B. Alternatif Jawaban untuk Soal Uraian

1. Rp60.000,00
2. 5 cm
3. Panjang 18 m
   Lebar $(3y+1), y=3.$ Lebar = $3.3+1=10$
   a. Lebar = 10 $meter$
   b. Biaya maksimal adalah Rp. 810.000.000,00
4. Beban yang sudah dimuat pick up 10 kotak × 25 kg = 250 kg
   a. Banyak kotak berisi buah naga adalah 10 kotak
      Banyak kotak berisi jeruk adalah 15 kotak
      Total kotak adalah 25 kotak
   b. Banyak kotak yang dibawa 195 kotak jeruk
      Pada pengangkutan pertama 195 – 25 kotak = 170 kotak
      Pengangkutan tanpa buah naga $50x \leq 1000$
      $x \leq 20$
      Sehingga, banyak kotak berisi jeruk dalam sekali pengangkutan adalah 20 kotak jeruk.

Misal banyak kotak jeruk adalah y, maka

$$y \leq \frac{170}{20}$$
$$y \leq 8,5$$

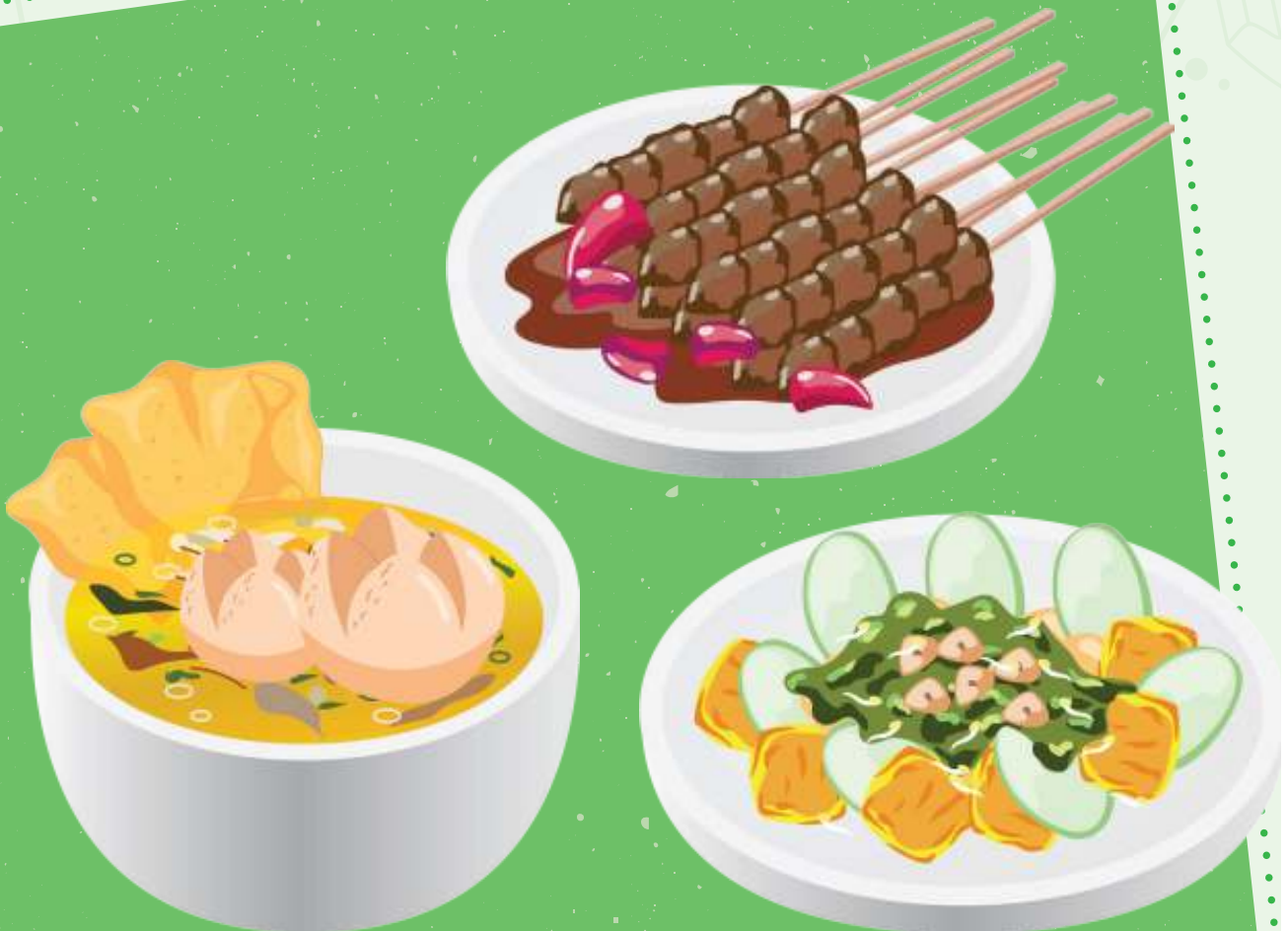
Jadi banyak pengangkutan yang dilakukan adalah $9 + 1 = 10$ pengangkutan

5. Berikut penyelesaiannya.

   a. $-\frac{11}{6} \geq x$

   b. $20 > x$

   c. $4 \leq p$

   d. $y \leq 2$

Pengantar bab

Gambar 4.1 Siswa sedang berdiskusi

Gambar 4.1 mengilustrasikan beberapa kelompok siswa sedang berdiskusi materi relasi dan fungsi. Setiap siswa menduduki kursi tertentu yang telah ditentukan. Terlihat dengan jelas bahwa tidak ada siswa yang berbagi tempat duduk, akan tetapi untuk kursi panjang dapat menampung banyak siswa. Akibatnya, ada hubungan antara siswa dan kursi tempat mereka duduk. Bagaimana menurut sudut pandang kalian dalam hal ini, apakah kejadian ini termasuk relasi atau fungsi?

Pada bagian pengantar Bab 4 ini, kalian diberikan informasi tentang hubungan antara siswa dengan tempat duduk yang diduduki, hubungan ini terkait dengan materi relasi dan fungsi.

Selamat menikmati aktivitas belajar kalian.

Capaian Pembelajaran

Di akhir fase D, peserta didik dapat menyajikan, menganalisis, dan menyelesaikan masalah dengan menggunakan relasi dan fungsi.

Tujuan Pembelajaran

Setelah menyelesaikan materi Bab 4 ini, siswa diharapkan mampu:

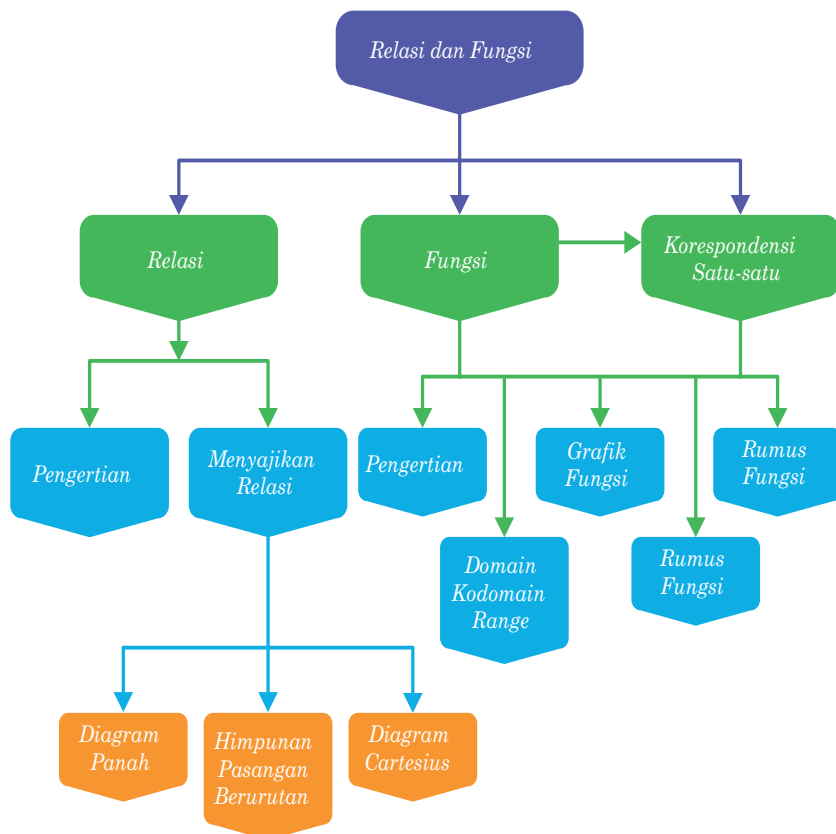
- √ Memahami konsep himpunan, relasi dan fungsi.
- √ Menjelaskan contoh kegiatan sehari-hari yang berkaitan dengan himpunan, relasi dan fungsi.
- √ Menjelaskan cara menyajikan relasi berdasarkan ciri-cirinya.
- √ Menjelaskan cara menyajikan fungsi berdasarkan ciri-cirinya.
- √ Menjelaskan nilai fungsi dan grafik fungsi pada koordinat Cartesius.
- √ Menyajikan hasil penyelesaian masalah yang terkait relasi dan fungsi

Pertanyaan Pemantik

- Apa yang dapat kalian pahami tentang himpunan?
- Apa yang dapat kalian ketahui tentang relasi?
- Apa sajakah syarat suatu relasi dapat dikatakan sebagai fungsi?
- Apakah ada suatu fungsi dari suatu himpunan tertentu ke himpunan dirinya sendiri?
- Tunjukkan ada berapa banyak cara yang berbeda untuk menyatakan suatu fungsi dari dua himpunan.
- Bagaimana cara menghitung nilai fungsi linier?
- Karakteristik apa sajakah yang mengidentifikasi korespondensi satu-satu?

Kata Kunci

- Himpunan,
- hubungan,
- relasi,
- fungsi,
- fungsi khusus,
- korespondensi satu-satu

Peta Konsep

Gambaran Umum Bab

Bab 4 ini menyajikan tentang konsep himpunan, relasi dan fungsi. Setiap subbabnya akan disajikan penanaman karakter pancasila dan keterampilan abad 21 untuk mendukung tercapaian generasi emas Tahun 2045, yaitu 1) konsep dan teori matematika, 2) pengenalan 4Cs (Creativity, Critical Thinking, Collaboration, Communication), 3) literasi matematika, dan 4) literasi budaya, dan 5) literasi digital. Sajian dalam Bab 4 ini bertujuan untuk mengekplorasikan kemampuan siswa dalam menyajikan himpuan, relasi, dan funsgi sehingga dapat menarik kesimpulan melalui ketiga kegiatan pembelajaran tersebut.

Kegiatan 4.1 membahas tentang konsep himpunan yang diawali dengan sajian tentang diagram pohon keluarga seraya mengingat

kembali tentang konsep himpunan yang terkait dengan konsep relasi. Siswa dapat mengakaitkan konsep himpunan dengan konsep relasi dengan memahami pengertian himpunan dan tiga cara dalam menyajikan himpunan. Siswa diajak mengingat kembali, berekplorasi, berpikir kritis, berpikir kreatif, berkomunikasi terkait dengan pendalaman materi himpunan dan materi relasi, dan menggunakan teknologi. Siswa diminta untuk memperdalam pengetahuannya dengan melalui kegiatan berpikir kreatif, berpikir kritis, berkomunikasi, bekerjasama memalui penguatan karakter. Ajaklah siswa untuk mengevaluasi kepamampuan dirinya melalui kegiatan refleksi dan mengerjakan projek.

Kegiatan 4.2 membahas tentang konsep fungsi yang diawali dengan kegiatan berekplorasi terkait dengan karekteristik fungsi. Siswa diajak mengingat kembali, berekplorasi, berpikir kritis, berpikir kreatif, berkomunikasi terkait dengan pendalaman materi himpunan dan materi relasi, dan menggunakan teknologi. Siswa diminta untuk memperdalam pengetahuannya dengan melalui kegiatan berpikir kreatif, berpikir kritis, berkomunikasi, bekerjasama memalui penguatan karakter. Ajaklah siswa untuk mengevaluasi kepamampuan dirinya melalui kegiatan refleksi dan mengerjakan projek. Siswa diminta untuk memperdalam pengetahuannya dengan melalui kegiatan berpikir kritis, berpikir kreatif, mencoba, dan menggunakan teknologi. Ajaklah siswa untuk mengevaluasi kepamampuan dirinya melalui kegiatan refleksi.

Kegiatan 4.3 membahas tentang konsep fungsi satu-satu yang diawali dengan kegiatan berekplorasi terkait dengan nomor rumah dan nomor induksi siswa nasional. Siswa diajak untuk memahami fungsi satu-satu yang disajikan pada buku siswa agar terbangun pemahaman yang luas. Siswa ajak melakukan berpikir kreatif, berpikir kritis, berekplorasi, bekerjasam, berkomunikasi dan mengerjakan projek untuk lebih memahami fungsi dan penerapannya dalam kehidupan sehari-hari. Siswa diminta untuk memperdalam pengetahuannya dengan melalui kegiatan berekplorasi untuk mengetahui banyaknya fungsi satu-satu, berpikir kritis, berpikir kreatif, dan menggunakan teknologi. Ajaklah siswa untuk mengevaluasi kepamampuan dirinya melalui kegiatan refleksi.

Skema Pembelajaran

Subbab	Waktu (JP)*	Tujuan	Pokok Materi	Kosakata	Metode dan Aktivitas	Sumber Utama	Sumber Lain
4.1 Memahami relasi	6 JP	• Memahami konsep relasi dan fungsi • Menjelaskan contoh kegiatan sehari-hari yang berkaitan dengan relasi dan fungsi • Menjelaskan contoh himpunan • Menjelaskan beberapa relasi yang terjadi diantara dua himpunan	Memahami Himpunan, penyajian himpunan, memahami relasi, penyajian relasi.	Himpunan, relasi	Bereksplorasi, berpikir kritis, berkomunikasi, berpikir kreatif, mengingat kembali, menggunakan teknologi, penguatan karakter	Buku Siswa	https://www.geogebra.org/m/wwkcqqet http://bit.ly/bljRelasi http://bit.ly/bljRelasi
4.2 Memahami Fungsi	8 JP	• Memahami konsep relasi dan fungsi • Menjelaskan contoh kegiatan sehari-hari yang berkaitan dengan relasi dan fungsi • Menjelaskan macam-macam fungsi berdasarkan ciri-cirinya • Menjelaskan nilai fungsi dan grafik fungsi pada koordinat Cartesius • Menyajikan hasil penyelesaian terkait relasi dan fungsi	Memahami fungsi, karakteristik fungsi, banyaknya fungsi yang mungkin, bentuk penyajian fungsi, nilai fungsi dan bentuk fungsi	Fungsi, karekteristik, bentuk, nilai	Bereksplorasi, berpikir kreatif, mencoba, berpikir kritis, berkomunikasi, menggunakan teknologi	Buku Siswa	http://bit.ly/blj_fungsi http://bit.ly/syrt_fungsi http://bit.ly/bykPemataan
4.3 Memahami Korespondensi Satu-satu (Pengayaan)	4 JP	• Menjelaskan macam-macam korespondensi satu-satu berdasarkan ciri-cirinya • Menyajikan hasil penyelesaian terkait relasi dan fungsi	Memahami korespondensi satu-satu, banyaknya korespondensi satu-satu	korespondensi satu-satu	Bereksplorasi, berpikir kritis, berpikir kreatif, menggunakan teknologi, bekerja sama, berkomunikasi, mengerjakan projek, berefleksi, penguatan karakter	Buku Siswa	https://www.youtube.com/watch?v=LehrWw2XFjw https://www.youtube.com/watch?v=fEXGH_84H6M

Catatan:* Waktu merupakan saran rentang jam pelajaran. Guru dapat menyesuaikan dengan kondisi aktual pembelajaran.

Panduan Pembelajaran

Aktivitas berikut merupakan alternatif kegiatan proses belajar mengajar untuk materi relasi dan fungsi. Teman-teman Guru dapat memodifikasi kegiatan ini berdasarkan kondisi lokasi dan siswa di sekolah masing-masing. Teman guru juga dapat menggunakan pendekatan yang sama sekali berbeda tergantung pada keadaan yang melibatkan Guru , siswa, dan sekolah masing-masing.

Pengalaman Belajar

Sebelum memulai materi tentang Relasi dan Fungsi, diharapkan guru dapat menginformasikan pengalaman belajar siswa pada materi Bab 4 ini.

1. Siswa dapat mempelajari informasi yang sebelumnya pernah dipelajari terkait materi himpunan, relasi dan fungsi suatu kejadian
2. Siswa dapat melakukan kegiatan eksplorasi berdasarkan instruksi yang disajikan pada buku siswa.
3. Siswa dapat memahai teori dan konsep himpunan, relasi, dan fungsi.
4. Siswa dapat mengembangkan kemampuannya dengan melakukan kegiatan berpikir kritis, berpikir kreatif, berkomunikasi, berdiskusi, mencoba, berefleksi, mengerjakan projek, dan menggunakan teknologi.
5. Siswa dapat mengimplemntasikan pengetahuannya pada permasalah matematika tentang kosep himpunan, relasi dan fungsi kedalam permasahalah sehari-hari.

Sarana dan Prasarana Pembelajaran

- Jangka, busur, gunting, dan kertas berpetak.
- Pulpen, pensil, penghapus, penggaris, kertas bermotif, dan perlengkapan tulis lainnya.
- Sediakan kertas HVS yang cukup dan tabel yang relevan bagi siswa untuk menyelesaikan tugas mereka.
- Lingkungan, teman, dan Lembar Kegiatan Projek.

Apersepsi

Sebelum memulai pelajaran guru sebaiknya Memberi motivasi pentingnya materi himpunan, relasi dan fungsi. Memberi informasi tentang kompetensi yang akan di capai. Bertanya jawab dengan mengaitkan hal konkrtit tentang materi yang akan dipelajari yaitu relasi. Guru mengarahkan siswa untuk memperhatikan dan memahami setiap kegiatan pembelajaran, kemudian menghimbau siswa untuk memeperhatikan dengan cermat terkait dengan materi himpunan, relasi, dan fungsi.

A. Memahami Relasi

1. Pengertian Himpunan

Bagan silsilah keluarga, seperti yang ditampilkan pada Gambar 4.2 di buku siswa dapat disajikan di depan kelas. Menurut konteks penggunaannya, bagan silsilah keluarga dapat dibagi menjadi beberapa hubungan, hal ini teman guru dapat menjelaskan kepada siswa di kelas. Kemudian, mintalah siswa untuk memahami hubungan memiliki anak, yang merupakan salah satu cara yang dapat dilakukan dan dirinci dalam buku siswa. Yang lain, misalnya, berbicara tentang "hubungan antara suami dan istri" dan "hubungan golongan darah mereka," dan lain-lain. Kemudian, jika memungkinkan beri tahu kepada siswa untuk membuat silsilah keluarga mereka sendiri (idak perlu menunjukkan kepada teman-temannya bagan apa pun yang dibuat).

Guru kemudian mengajukan pertanyaan untuk melanjutkan proses pembelajaran, menunjukkan bahwa meskipun ada banyak kelompok dalam kehidupan sehari-hari, tidak semuanya adalah himpunan. Guru memberikan beberapa contoh himpunan dan bukan contoh himpunan dalam dunia nyata. Tujuan dari pelajaran ini adalah untuk mengajarkan siswa bagaimana membedakan antara kelompok yang merupakan himpunan dan kelompok yang tidak termasuk himpunan.

Siswa diminta untuk mengkategorikan contoh dunia nyata daripada contoh himpunan yang telah dibuat guru dan di buku siswa. Berikan contoh keduanya, khususnya yang berhubungan dengan simbol matematika, kepada siswa yang telah memiliki pengetahuan tentang kumpulan yang berisi himpunan dan kumpulan yang tidak termasuk himpunan.

Ajaklah siswa untuk berdiskusi dalam memahami cara yang tepat untuk mengekspresikan suatu himpunan..

2. Penyajian Himpunan

Himpunan dapat disajikan dengan 3 cara, yaitu

1. Cara Deskripsi
2. Cara Enumerasi
3. Cara notasi Himpunan

Pada buku siswa yang memuat contoh-contoh cara menyajikan himpunan, guru mengajak siswa untuk membaca dan memperhatikan cara penyajian himpunan dalam tiga cara yang berbeda. Siswa diminta untuk memberikan contoh bagaimana mengekspresikan himpunan dalam tiga cara berbeda selama sesi diskusi dan tanya jawab.

Ayo Berpikir Kritis

Suatu himpunan yang diajukan dengan menunjukkan anggotanya, menurut Arifin, dapat disajikan hanya dalam satu cara, yaitu dengan menunjukkan sifat keanggotaannya. Menurut Bahrudin, himpunan yang sajikan oleh notasi pembentukan himpunan dapat ditentukan dengan hanya satu cara, yaitu dengan cara menuliskan anggota-anggotanya. Bagaimana menurut kalian? Jelaskan.

Petunjuk Guru untuk Kegiatan "Ayo Berpikir Kritis"

1. Berikan kepada siswa pernyataan yang disampaikan oleh Amir dan Burhan atau tampilkan di Papan Tulis/Layar LCD.

Pernyataan Amir	Pernyataan Burhan
Suatu himpunan yang ditawarkan dengan mencantumkan anggotanya hanya dapat disajikan dengan menggambarkan keanggotaannya secara tertulis (deskripsi). *Contoh 1*: K = {4, 6, 8, 10} Himpunan K dapat disajikan dengan cara deskripsi hanya dengan satu cara saja, yaitu K = {bilangan asli genap antara 2 dan 12}	Saat menyajikan himpunan menggunakan notasi pembentuk himpunan, hanya ada satu cara untuk melakukannya, yaitu dengan cara menyatakan anggota himpunan. *Contoh 1*: $K = \{x \mid 2 < x < 12, x \in A \text{ genap}\}$ Himpunan K dapat dinyatakan dengan menuliskan anggotanya hanya dengan satu cara saja, yaitu K = {4, 6, 8, 10}
Contoh 2: L = {1, 3, 5, 7, 9} Himpunan L dapat disajikan dengan cara deskripsi hanya dengan satu cara saja, yaitu L = {bilangan asli ganjil kurang dari 13} *Contoh 3*: M = {2, 3, 5, 7, 13, 17} Himpunan M dapat disajikan dengan menuliskan sifat keanggotaannya (deskripsi) dengan satu cara saja, yaitu M = {bilangan prima kurang dari 19}	*Contoh 2*: $L = \{x \mid 1 \leq x \leq 9, x \in A$ ganjil$\}$ Himpunan L dapat dinyatakan dengan menuliskan anggotanya hanya dengan satu cara saja, yaitu $L = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ *Contoh 3*: $M = \{x \mid x < 19, x \in$ bilangan prima$\}$ Himpunan M dapat dinyatakan dengan menuliskan anggotanya hanya dengan satu cara saja, yaitu $M = \{2, 3, 5, 7, 13, 17\}$

2. Guru melakukan pemodelan dengan mendorong siswa untuk berpikir krtitis terhadap kedua pernyataan tersebut. Berikut beberapa pertanyaan yang mungkin siswa tanyakan.

   Untuk pendapat Amir,

   a. Apakah dapat dijamin bahwa himpunan yang disajikan dengan cara deskripsi, hanya bisa disajikan dengan satu cara menuliskan sifat keanggotaannya (deskripsi)? Bagaimana cara membuktikannya?

   b. Bukankah contoh 1 masih bisa disajikan dengan cara lain, misalkan K = {empat bilangan genap setalah 2}?

c. Bukankah contoh 2 masih bisa disajikan dengan cara lain, misalkan L = {lima bilangan ganjil pertama}?

d. Bukankah contoh 3 masih bisa disajikan dengan cara lain, misalkan M = {enam bilangan prima pertama}?

e. Apakah penulisan sifat keanggotaan dari M = {bilangan prima kurang dari 19} dengan {enam bilangan prima pertama} dianggap sama?

3. Ajaklah siswa untuk berdiskusi dalam kelompoknya masing-masing dengan menyusun argumen dengan alasan yang kuat untuk mendukung terhadap pilihannya tersebut.

   Intruksikan kepada masing-masing kelompok siswa untuk mempresentasikan hasil dikusi yang didapat oleh kelompok masing-masing. Kemudian simpulkan.

Alternatif jawaban "Ayo Berpikir Kritis" yang bernilai benar

1. **Tidak setuju dengan pendapat Amir**, karena ada beberapa cara berbeda dalam menyatakan himpunan dengan menuliskan sifat keanggotaanya

   Contoh:

   A ={ 1, 2, 3, 4, 5}, himpunan A dapat disajikan dengan menuliskan sifat keanggotaannya (deskripsi) dengan beberapa cara, antara lain

   A ={bilangan Asli kurang dari 6}

   A = {bilangan Cacah lebih dari 0 dan kurang dari 6}

   A = {lima bilangan Asli yang pertama}

2. **Setuju dengan pendapat Burhan**, karena cara menyatakan himpunan dengan menyebutkan anggotanya hanya bisa dilakukan dengan satu cara saja

   Contoh:

   Himpuan A dinyatakan dengan notasi pembentuk himpunan, yaitu

   B = {x | 1 < x < 8, $x \in A \in A$}

   Himpunan B dapat dinyatakan dengan menuliskan anggotanya hanya dengan satu cara saja, yaitu

   B = {2, 3, 4, 5, 6, 7}

Alternatif Jawaban Ayo Berkomunikasi

1. Diketahui Himpunan A = {bilangan cacah kurang dari lima}
   a. Apabila menggunakan cara Enumerasi, maka himpunan A dapat ditulis menjadi $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
   b. Apabila dinyatakan dengan notasi pembentuk himpunannya, maka himpunan A dapat ditlus menjadi $A=\{x \mid x < 5$, dan $x \in B\}$.

2. Diketahui Himpunan $B = \{x \mid -2 < x < 3$, dan $x \in B\}$
   $= \{x \mid -2 < x < 3 \text{ dan } x \in B\}$

   a. jika dinyatakan dengan menyebutkan anggotanya, maka $B = \{-1, 0, 1, 2\}$

   b. jika disajikan dengan menyebutkan sifat keanggotaannya, maka $B =$ {bilangan bulat lebih dari -2 dan kurang dari 3}

3. Diketahui Himpunan $C = \{2, 4, 6, 8\}$
   a. Nyatakan dengan menyebut sifat keanggotaannya
      C = {bilangan Asli genap kurang dari 9}
   b. Nyatakan dengan menyebutkan anggotanya
      Nyatakan dengan notasi pembentuk himpunan
4. Diketahui A = { bilangan ganjil yang habis dibagi 3 dan kurang dari 30}
   a. Nyatakan himpunan A dengan notasi pembentuk himpunan.
   b. Nyatakan himpunan A dengan menyebutkan anggotanya.
5. Alternatif kelengkapan tabel

No.	Cara Deskripsi	Cara Enumerasi	Cara Notasi Himpunan
1.	P = {bilangan asli kurang dari 10}	$P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$	$P=\{x \mid x < 10 \; dan \; x \in bilangan \; asli\}$ atau $P = \{x \mid 0 < 10 \; dan \; x \in bilangan \; asli\}$

No.	Cara Deskripsi	Cara Enumerasi	Cara Notasi Himpunan
2.	K = {bilangan prima kurang dari 15} atau K = {Enam bilangan prima pertama}	$K = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$	$K = \{x \mid 1 < 15 \; dan \; x \in bilangan \; Prima\}$ atau $K = \{x \mid x < 15 \; dan \; x \in bilangan \; Prima\}$
3.	L = {bilangan bulat lebih dari -5 dan kurang dari 5} atau L = {bilangan bulat lebih dari -5 dan kurang atau sama dengan 4}	$L = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$	$L = \{x \mid -5 < x \leq 4, x \in B\}$ $L = \{x \mid -5 < x \leq 4, x \in bilangan \; Bulat\}$
4.	L = {bilangan ganjil yang kurang dari 16}	M = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15}	$M = \{x \mid x < 16, x \in bilangan \; Asli \; ganjil\}$ atau $M = \{x \mid 0 < x < 16, x \in bilangan \; Cacah \; ganjil\}$
5.	N = {bilangan Asli lebih dari 3 dan kurang atau sama dengan 12} atau N = {bilangan antara 3 sampai 13}	$N = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$	$N = \{x \mid 3 < x \leq 12, x \in A\}$
6.	O = {bilangan Asli faktor dari 24 selain 6}	$O = \{1, 2, 3, 4, 8, 12, 24\}$	$O = \{x \mid x \leq 24, x \; faktor \; dari \; 24, x \notin 6\}$
7.	P = {Lima bilangan kuadrat yang pertama}	$P = \{1, 4, 9, 16, 25\}$	$P = \{x \mid x = y^2, y \in Asli \; dan \; y \leq 6\}$
8.	Q = {Lima bilangan kuadrat yang pertama selain 9}	$Q = \{1, 4, 16, 36, 49\}$	$Q = \{x \mid x = y^2, y \in A, y \neq 3\}$

Ayo Berpikir Kreatif

Diketahui himpunan $A = \{1, 4, 9, 16, 36, 49\}$. Bila dinyatakan dengan notasi pembentuk Himpunan, menjadi $A = \{x^2 \mid x \in B, x < 8 \text{ dan } x \neq 5\}$. Coba nyatakan himpunan A tersebut dengan menggunakan kata-kata atau deskripsi yang berbeda-beda sebanyak mungkin. Semakin banyak kalian menemukannya semakin bagus.

Petunjuk Guru untuk Kegiatan "Ayo Berpikir Kreatif"

1. Tulislah anggota himpunan A dan notasi pembentuk himpunan di papan tulis/tampilakan di LCD

Himpunan	Dinyatakan dengan Cara Notasi Himpunan
$A = \{1, 4, 9, 16, 36, 49\}$ Diketahui himpunan A dengan menyebutkan anggotanya	$A = \{x^2 \mid x \in Bilangan\ Bulat\ x < 8\ dan\ x \neq 5\}$ Himpunan A apabila dinyatakan dengan notasi pembentuk himpunan

2. Ajaklah siswa dalam menyajikan himpunan A tersebut dengan menggunakan kata-kata. Usahakan setiap siswa berbeda-beda dalam mendeskripsikannya.
3. Guru meminta siswa berbagi hasil jawaban mereka dan berdiskusi bersama-sama dengan siswa. Jika diperlukan, guru memberikan contoh tambahan yang beragam tentang bagaimana menyajikan himpunan dalam tiga cara berbeda untuk lebih menekankan konsep tersebut.

Berikut Alternatif Jawaban "Ayo Berpikir Kreatif" yang Bernilai Benar

$A =$ {enam bilangan kuadrat yang pertama, kecuali 25}
atau $A =$ {bilangan kuadrat kurang dari 8, kecuali 5}

Ayo Mengingat Kembali

Definisi:

Apabila Himpunan A merupakan himpunan bagian B, maka setiap anggota A juga menjadi anggota B yang dinotasikan dengan $A \in B$.

Apabila himpunan A bukan merupakan himpunan bagian B, maka terdapat anggota A yang bukan termasuk anggota B dengan notasi $A \in B$.

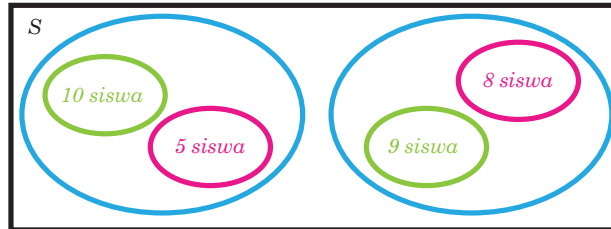
Dengan memberikan isu-isu spesifik dan contoh-contoh masalah, serta masalah-masalah alternatif dan contoh-contoh pertanyaan, Guru dapat mendorong siswa untuk memahami konsep himpunan bagian.

Jumlah siswa kelas VIIA di SMP Taman Siswa berjumlah 32 orang, terdiri dari 15 putra dan 17 wanita. Ke-32 siswa tersebut memiliki minat yang berbeda-beda, dan ternyata 10 siswa putra menyenangi sepak bola, 5 siswa putra menyukai bola voli, 9 siswa putri menyukai menari, dan 8 siswa putri menyukai menyanyi.

Gambarlah diagram Venn untuk beberapa beberapa himpunan bagian dari masalah tersebut.

Jika diketahui S merupakan himpunan semesta, maka A adalah kelompok siswa putra, B adalah kelompok siswa putri, C adalah kelompok putra yang menyukai sepak bola, D adalah kelompok siswa putra yang menyukai bola voli, dan E adalah kelompok siswa putri yang senang menari, sedangkan F adalah kelompok siswa puti yang senang menyanyi, maka himpunan A, B, dan C merupakan himpunan bagian S.

Himpunan lainnya yang merupakan himpunan dan bukan himpunan tetap dapat kalian amati dengan cermat.

Diagram Venn masalah tersebut dapat digambarkan sebagai berikut:

Gambar 4.2 Diagram Venn

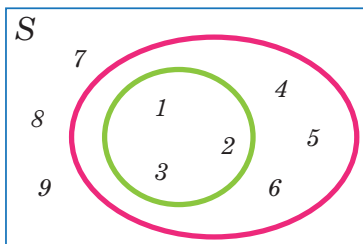
Berdasarkan pengetahuan ini, himpunan A dan E masing-masing ditunjuk sebagai $A \in S$ dan $E \in A$, menunjukkan bahwa yang pertama adalah himpunan bagian dari S dan yang terakhir bukan.

Agar lebih jelas, coba perhatikan contoh 4.1 berikut.

Contoh 4.1

Apabila diketahui suatu himpunan S=$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, Himpunan A=$\{1, 2, 3\}$, dan himpunan B=$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; maka gambarlah diagram Venn-nya?.

Alternatif penyelesaian

Ketiga himpunan tersebut diwakili oleh diagram Venn berikut:

Berdasarkan diagram venn tersebut, menunjukkan bahwa himpunan A merupakan himpunan bagian B dengan simbol $A \in B$

Ayo Berpikir Kreatif

Apabila himpunan $A = \{2, 4, 6, 8\}$; maka paling sedikit salah satu himpunan semestanya harus bilangan genap. Kalau kalian? Coba temukan sebanyak 3 himpunan semesta yang berbeda yang mungkin untuk himpunan A tersebut.

Petunjuk Guru untuk Kegiatan "Ayo Berpikir Kreatif"

1. Tulislah dua himpunan semesta yang berbeda dari himpunan di papan tulis/tampilakan di LCD.

Himpunan Semesta I	Himpunan Semesta II
S = {empat bilangan genap yang pertama}	S = {bilangan bulat yang habis dibagi dua dan kurang dari 10}

2. Ajaklah siswa dalam menemukan himpunan semesta yang berbeda dengan dua himpunan semesta yang telah diunjukkan.
3. Berilah tugas kepada siswa dalam menentukan himpunan semesta.

   Contoh:

   Tentukan himpunan semesta dari

   a. P = $\{-11, -7, -5, -3, -1\}$

   b. Q = $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$

   c. R = $\{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21\}$
4. Tukarkan hasil jawaban soal tersebut (soal yang ditugaskan) dengan kelompok lain, kemudian berilah argumennya (apakah semua anggota kelompok memahami jawaban dari kelompok lain?).
5. Intruksikan kepada siswa untuk membuat kesimpulan atau rangkuman dari hasil kegiatan tersebut.

Berikut Alternatif Jawaban Ayo Berpikir Kreatif yang Bernilai Benar.

S = {bilangan bulat yang habis dibagi dua antara 0 dengan 10}

Ayo Berkomunikasi

Dari 50 siswa kelas 8 SMP Merdeka Belajar, ada sepuluh siswa yang menyukai sepak bola, bulu tangkis, dan bola basket. Siswa yang tidak menyukai ketiga permainan ini merupakan sepertiga dari mereka yang menyukai bola basket, dan lebih dari 15 siswa menyukai sepak bola.

Menurutmu dari ketiga olah raga tersebut, mana ynag paling banyak disukai? Tulislah langkah-langkah untuk mendapatkan jawaban tersebut.

Siswa dituntut untuk memahami isu-isu naratif kontekstual yang melibatkan irisan himpunan sebagai bagian dari tugas ini. Mintalah siswa untuk memahami masalah dan alternatif pemecahannya dengan cermat dan menyeluruh. Guru dapat mengajukan pertanyaan yang berasal dari topik dan memberikan siswa latihan soal yang sebanding dengan itu untuk mengukur tingkat pengetahuan siswa.

Pembahasan tentang irisan dua himpunan yang satu himpunannya merupakan himpunan bagian dari himpunan yang lain, kemudian mintalah untuk dicermati ulang oleh siswa.

Ayo Berteknologi

Kemudian ajaklah siswa untuk melakukan kagiatan literasi digital dengan mengunjungi laman berikut.

Jika kalian ingin memepelajari contoh operasi pada himpunan dapat klik link berikut.
https://s.id/1uhnP

Penguatan Karakter

Ajaklah siswa untuk memahami bagian dari “Penguatan Karakter” yang disajikan pada buku siswa agar meteri yang telah dibahas ini dapat menumbuhkembangkan karekter siswa dalam Berkebhinekaan Global, cinta budaya, cinta hasil karya anak bangsam, dan cintah tanag air.

3. Pengertian Relasi

Ajaklah siswa untuk memperhatikan dengan cermat tentang masalah kontekstual yang disajikan pada buku siswa terkiat dengan menu rumah makan. Dorong siswa untuk mencatat makanan yang dipesan Abdur dan teman-temannya dari menu favorit mereka. Dorong siswa untuk mempertimbangkan minat olahraga mereka. Kemudian mintalah mintalah kepada merka untuk memprediksi berapa banyak himpunan yang mungkin dapat dibuat.

Sekanjutnya, mintalah siswa untuk memahami definisi relasi, kemdian ajaklah siswa untuk meklporasikan definisi relasi tersebut dengan masalah menu rumah makan. Selanjutnya, ajaklah siswa untuk mencoba menemukan beberapa masalah yang terkait materi relasi.

1. Hubungan seperti apa saja yang memungkinkan?
2. Bagaimana bentuk hubungan dapat ditentukan dengan pasti?

Kemudian ajaklah siswa untuk melakukan kagiatan literasi digital dengan mengunjungi laman berikut.

Jika kalian masih belum mengerti tentang istilah Domain, Kodomain, dan Range, kalian dapat melihat di link berikut.
http://ringkas.kemdikbud.go.id/Domain

4. Penyajian Relasi

Informasikan kepada siswa bahwa memahami penyajian relasi yang biasanya digunakan dalam matematika dapat membantu mereka menjawab dua pertanyaan tentang menu restoran dengan lebih mudah. Dorong siswa untuk memberikan perhatian khusus pada Tabel 4.1 yang membahas tentang pengumpulan data. Biarkan setiap kelompok siswa berdiskusi cara menggambarkan hubungan dengan menggunakan cara Diagram Panah dan Diagram Cartesius. Dorong mereka untuk membandingkan kedua cara penyajian tersebut. Dorong mereka juga untuk memberikan perhatian khusus pada tiga pendekatan berbeda dalam menyajikan relasi. Biarkan siswa memdiskusikan pendekatan mana yang paling nyaman untuk digunakan.

Diketahui ada dua himpunan bilangan, yaitu bilangan A = {bilangan bulat antara 2 dan 7} dan B = {enam bilangan cacah pertama}. Apabila relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah "*satu lebihnya dari*", maka coba tentukan daerah domain, kodomain dan rangenya.

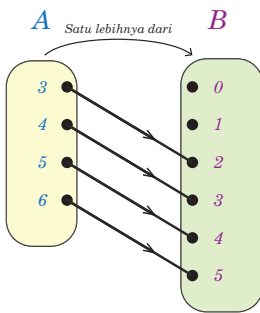
Jawaban Siswa A

Diketahui A = {bilangan bulat antara 2 dan 7}

B = {enam bilangan cacah pertama}

Lalu, mendaftar anggotanya dari kedua bilangan tersebut, yaitu:

$A = \{3, 4, 5, 6\}$ dan $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

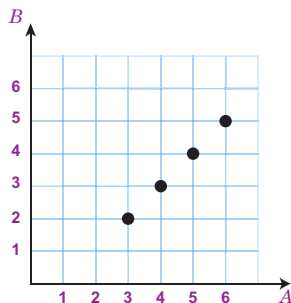
Kemudian, untuk menentukan domian, kodomian, dan range dengan diagram panah

Berdasarkan diagram panah tersebut, didapat daerah ketiganya adalah

Domain $= \{3, 4, 5, 6\}$
Kodomain $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
Range $= \{2, 3, 4, 5\}$

Jawaban Siswa B

Mendaftar anggotanya dari kedua bilangan tersebut, yaitu:

$A = \{3, 4, 5, 6\}$ dan $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Untuk menentukan domian, kodomain, dan range dengan diagram cartesius

Dengan demikian, didapat

Domain $= \{3, 4, 5, 6\}$
Kodomain $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
Range $= \{2, 3, 4, 5\}$

Jawaban Siswa C

Mendaftar anggotanya dari kedua bilangan tersebut, yaitu:

$A = \{3, 4, 5, 6\}$ dan $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Relasi dari himpunan A ke himpunan B adalah "*satu lebihnya dari*", maka himpunan pasangan berurutannya adalah $\{(3, 2), (4, 3), (5, 4),(6, 5)\}$

Oleh karena itu, maka daerah domain, kodomain, dan rangenya didapat:

Domain $= \{3, 4, 5, 6\}$
Kodomain $= \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
Range $= \{2, 3, 4, 5\}$

Ada tiga siswa yang menjawab soal tersebut dengan cara yang berbeda. Manakah dari jawaban dari ketiga siswa yang paling mudah menurut kalian? Mengapa? Apa yang harus dipertimbangkan dalam mengomunikasikan yang baik?

Petunjuk Guru untuk Kegiatan "Ayo Berkomunikasi"

1. Ajaklah siswa untuk memahami ketiga jawaban siswa tersebut. Apabila diperlukan bahaslah secara klasikal dengan menuliskan dipapan tulis atau ditampilan dilayar LCD dari katiga jawaban siswa tersebut. Biarkan siswa memilih pilihannya bersama dengan argumen mereka, yang merupakan jawaban terbaik bagi mereka.
2. Intruskikan kepada siswa untuk saling berpasangan dengan teman sebelahnya, kemudian jaklah siswa untuk saling berdiskusi.
3. Berilah tugas berupa soal yang senada kepada siswa untuk didiskusikan jawabannya dengan kelompok mareka masing-masing (berilah jawaban yang komunikatif).
4. Tukarkan hasil jawaban soal tersebut (soal yang ditugaskan) dengan kelompok lain, kemudian berilah argumennya (apakah semua anggota kelompok memahami jawaban dari kelompok lain?). kemudian, intruksikan kepada siswa untuk menuliskan kesimpulan dari hasil kegiatan ini.

Diketahui himpunan $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, dan himpunan $B = \{4, 9, 16, 25, 36, 49\}$; relasi antara anggota himpunan A dan B adalah akar dari. Hubungan ini dapat dinyatakan dalam pasangan berurutan, seperti $(2{,}4)$, yang menunjukkan dua faktor dari empat; $(3{,}9)$, yang berarti tiga hasil akar dari sembilan; dan seterusnya. Jadi himpunan relasi dari pasangan terurut adalah $\{(2{,}4); (3{,}9); (5{,}25); (6{,}36); (7{,}49)\}$. Cobalah temukan untuk membuat setidaknya tiga contoh lebih lanjut dari hubungan antara anggota himpunan A dan B, coba temukan 3 macam relasi lain yang berbeda dari A dan B. Hubungan tersebut kemudian dapat ditunjukkan dengan menggunakan cara diagram panah, koordinat Cartesius, dan himpunan pasangan berurutan.

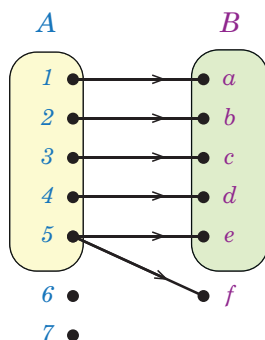
Berikut Alternatif Jawaban "Ayo Berpikir Kreatif" yang Bernilai Benar

Relasi yang mungkin dari himpunan P ke Q, dintaranya sebagai berikut:

a. Relasinya "setengah dari", yakni $\{(2,4)\}$

b. Relasinya "faktor dari", yakni $\{(2,4); (2,16); (2,36); (3,9); (3,36); (4,4); (4, 16); (4,36); (5,25); (6,36); (7,49)\}$

c. Relasinya "kurang dari", yakni $\{(2,4); (2, 9); ......; (7,49)\}$

Perhatikan gambar 4.3 berikut (Gambar 4.7 buku siswa).

Gambar 4.3 Diagram dari Himpunan A ke Himpunan B

Durahman mengatakan bahwa diagram pada Gambar 4.3 termasuk bukan relasi, karena ada satu anggota yang bukan merupakan anggota dari himpunan B dipasangkan dengan anggota himpunan A, yaitu bilangan 5 dipasangkan dengan huruf f. Akan tetapi, hubungan dari himpunan A ke himpunan B merupakan relasi". Sedangkan Bahrudin mengatakan bahwa "diagram pada Gambar 4.3 termasuk relasi, meskipun ada satu anggota yang bukan merupakan anggota dari himpunan B dipasangkan dengan anggota himpunan A, yaitu bilangan 5 dipasangkan dengan huruf f. Akan tetapi, hubungan dari himpunan A ke himpunan B bukan merupakan relasi". Bu Muhas menyimak terhadap kedua pendapat tersebut dan memberikan tanggapan bahwa pernyataan yang tepat adalah pendapat Pak Durahman. Apakah kalian setuju dengan tanggapan Bu Muhas? Coba jelaskan alasan kalian.

Berikut Alternatif Jawaban "Ayo Berpikir Kritis" yang Bernilai Benar

Dikarenakan angka 5 dipasangkan dengan huruf f pada Gambar 4.3, anggota himpunan A yang bukan anggota himpunan B, maka diagram tersebut tidak merepresentasikan suatu relasi. Namun, ada hubungan antara himpunan A dan B tetap disebut sebagai relasi.

Ayo Berteknologi

Kemudian ajaklah siswa untuk melakukan kagiatan literasi digital dengan mengunjungi laman berikut.

Setelah kalian mempelajari materi relasi pada buku ini, coba kalian kembangkan pengetahuan kalian tentang relasi dengan mengunjungi laman berikut.

Cara Mudah Memahami Relasi.
s.id/1uhod

Pengembangan Materi Relasi.
http://ringkas.kemdikbud.go.id/MateriRelasi

Alternatif Jawaban Soal Latihan 4.1

Ayo Berpikir Kreatif

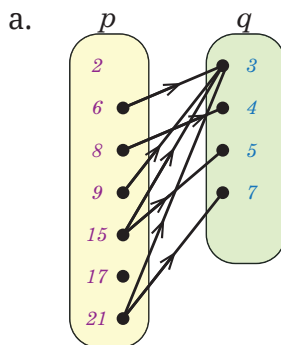
1. Alternatif hubungannya adalah lebih dari, kurang dari, tiga kali dari, dan lain-lain. Selebihnya untuk jawaban nomor 1 ini diserahkan kepada teman Guru.

2. Kuadrat dari.

3. Alternatif jawabannya.
    a. nama relasi yang mungkin dari diagram tersebut adalah Ibu kota dari
    b. silakan diberikan tanda panah pada diagram di atas: Indonesia $\rightarrow$ jakarta, Malaysia $\rightarrow$ Kuala lumpur, Jepang $\rightarrow$ Tokyo, Filipina $\rightarrow$ Manila, dan India $\rightarrow$ New Delhi

4. Alternatif Jawaban:
    a. diagram panah; “diserahkan kepada teman Guru”
    b. diagram Cartesius; “diserahkan kepada teman Guru”
    c. Himpunan pasangan berurutan yang dimaksud $= \{(3,4); (3,5); (4,5)\}$

5. Alternatif Jawaban:
    a. Himpunan pasangan berurutan yang dimaksud = {(1,1); (2,4); (3,9); (4,16); (5,25); (6,36)}
    b. diagram panah; “diserahkan kepada teman Guru”
    c. diagram Cartesius; “diserahkan kepada teman Guru”

6. Alternatif Jawaban:
    a.

    b. "satu lebihnya dari"; “diserahkan kepada teman Guru”
    c. "faktor dari".
    d. Himpunan pasangan berurutan yang dimaksud $= \{(1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (1,8), (2,4), (2,6), (2,8), (3,3), (3,6), (4,4), (4,8), (5,5), (6,6)\}$

7. “diserahkan kepada teman Guru”
8. “diserahkan kepada teman Guru”
9. “diserahkan kepada teman Guru”

10. Alternatif Petunjuk jawaban

    Diagram pada gambar nomor 10 ini bisa dikatakan relasi. Walaupun kedua himpunan tersebut tidak ada satu anggotapun yang memasangkan diantara keduanya, akan tetapi diagram tersebut tetap dikatakan relasi. Relasinya adalah tidak mempunyai hubungan atau himpunan kosong

B. Memahami Fungsi

1. Karakteristik Fungsi

Siswa diberi contoh pesan yang berisi kode sandi. Jika kata sandi memiliki pola yang mirip dengan yang ada di tabel, diperingatkan bahwa itu akan ditebak. Guru menggunakan model yang mirip dengan tabel di buku siswa untuk meminta siswa memahami kode sandi. Berdasarkan tabel tersebut, huruf A, B, C, dan seterusnya masing-masing ditulis sebagai d, e, dan f, maka berikut ini yang dimaksud dengan kode-kode di atas:

KUNCINYA LIHAT DI BAWAH POHON MAWAR

Dikarenakan aturannya sudah diketahui, maka pesan tersebut sudah memiliki arti yang jelas. Kata sandi seperti itu sering digunakan dalam upaya kepramukaan. Contohnya termasuk kode Morse, kode semaphore, kode rumput, kata sandi abjad dan numerik, kata sandi

baca silang, kata sandi lingkaran, kata sandi terbalik, kata sandi jam, kata sandi kompas, kode gambar, kode tanggal, dan banyak lagi.

Sebelum mereka mengamati, pastikan mereka mengetahui pekerjaan yang akan mereka lakukan (belajar cara membuat pesan), batas waktu 20 menit, dan sedetail mungkin tentang aturan permainan. Kunci pemahaman siswa adalah fokus pada model kode dalam tabel dan kemudian, dengan bantuan terpandu, lengkapi isinya.

Ayo Berpikir Kreatif

Ada berbagai kelompok benda atau bentuk lain dalam kehidupan sehari-hari yang memiliki pasangan yang cocok dan hanya tepat satu. Berikan contoh yang lain benda ataupun hal lain yang hanya memiliki satu pasangan yang cocok.

Berikut Alternatif Jawaban Ayo Berpikir Kreatif yang Bernilai Benar.

1. Rumah dengan nomor rumah
2. Siswa dengan Nomor Induk Sekolah
3. Negara dengan Ibu Kotanya

Untuk bentuk model kegiatan kreatif ini, diserahkan sepernuhnya kreatifitas teman Guru.

2. Ciri-Ciri Fungsi

Dorong siswa agar fokus pada Aturan yang menghubungkan komponen dari dua himpunan dan menggunakan contoh yang disediakan dalam buku siswa untuk memahami pengertian fungsi. Setelah itu, mintalah siswa untuk memahami beberapa contoh domain asal dan daerah hasil, serta rumus fungsi. Untuk memahami pengertian suatu fungsi melalui contoh-contoh yang disediakan dalam buku siswa, mintalah siswa untuk mencatat aturan-aturan penghubung antara unsur-unsur

dari keduanya. Minta siswa untuk memahami beberapa contoh rumus fungsi serta daerah asal dan daerah hasil. Perhatikan siswa yang sedang mencatat hal-hal tertentu di buku mereka. Buat diagram panah, jika perlu dan praktis menggunakan beberapa relasi yang dijelaskan dalam buku siswa. Atau, mintalah 20 siswa secara bergantian menggambar diagram panahnya di papan tulis. Biarkan siswa melihat diagram yang dibuat oleh 20 siswa. Perbandingan persamaan dan perbedaan antara relasi-relasi tersebut.

Ayo Berpikir Kritis

Tasya mengatakan bahwa setiap relasi pasti bisa disebut sebagai fungsi, akan tetapi setiap fungsi belum tentu disebut sebagai relasi. Sedangkan Rosi justru mengatakan bahwa setiap relasi belum tentu bisa disebut sebagai fungsi, akan tetapi setiap fungsi pasti bisa disebut sebagai relasi. Mereka berdua sepakat bahwa pendapatnya adalah benar. Setujukah kalian dengan salah satu pendapat dari meraka? Jelaskan.

Berikut Alternatif Jawaban "Ayo Berpikir Kritis" yang Bernilai Benar.

Setiap relasi belum tentu merupakan fungsi, akan tetapi setiap fungsi pasti merupakan relasi.

Untuk bentuk model kegiatan kreatif ini, diserahkan sepernuhnya kreatifitas teman Guru.

Kemudian, Ajak siswa untuk memahami Contoh 4.5 dan 4.6 serta alternatif penyelesaiannya

Ayo Bereksplorasi

Dorong siswa untuk terlibat dalam diskusi untuk memperjelas bahwa contoh yang disajikan dalam buku siswa adalah contoh fungsi dan bukan contoh fungsi dari dua himpunan. Ajaklah siswa agar fokus terhadap dua pertanyaan yang disediakan pada buku siswa.

Alternatif Penyelesaian

1. Benarkah setiap anggota himpunan P selalu dipasangkan dengan anggota himpunan Q?

   Jawabannya adalah iya, untuk daftar contoh fungsi

   Tidak, untuk contoh bukan fungsi

2. Ada berapa banyak anggota himpunan Q yang dihubungkan dengan satu anggota himpunan A?

   Jawaban untuk bagian daftar contoh fungsi adalah ada sebanyak 2

   Jawaban untuk bagian daftar contoh bukan fungsi adalah ada sebanyak 2

Berdasarkan aturan pemasangan dari himpunan $P = \{1, 2, 3\}$ ke himpunan $Q = \{a, b\}$; tabel berikut sebagai alternatif jawabannya.

No.	Jawaban Contoh Fungsi		Jawaban Contoh Bukan Fungsi	
1	YA	YA	TIDAK	TIDAK
2	YA	YA	TIDAK	TIDAK
3	YA	YA	TIDAK	TIDAK
4	YA	YA	TIDAK	TIDAK
5	YA	YA	TIDAK	TIDAK
6	YA	YA	TIDAK	TIDAK
7	YA	YA	TIDAK	TIDAK
8	YA	YA	TIDAK	TIDAK

Dengan demikian, fungsi pada dasarnya adalah aturan yang menetapkan setiap anggota daerah ke tepat satu anggota daerah kawan.

Ayo Berpikir Kreatif

Buatlah hipotesis atau dugaan tentang sifat-sifat suatu fungsi dan tuliskan di atas kertas kalian.

Kemudian, coba diskusikanlah dengan rekan-rekan kelompok kalian tentang suatu fungsi yang dapat dibuat dengan menggabungkan dari kedua himpunan di bawah ini.

a. $K = \{1, 2, 3, 4\}$ *ke* $L = \{p, q\}$

b. $M = \{p, q\}$ *ke* $N = \{1, 2, 3, 4\}$

Berdasarkan kegiatan tersebut, coba kalian simpulkan.

Berikut Alternatif Jawaban.

Langkah-langkah Kegiatan Berpikir Kreatif ini diserahkan sepenuhnya kepada teman Guru untuk menyusunnya sendiri, sebagai latihan. Kemudian perkirakan sendiri juga kesimpulan yang didapat.

Atau jika tidak memungkinkan, jadikanlah sebagai tugas individu untuk dijadikan sebagai nilai tambahan untuk Ulangan Harian.

Menentukan Banyak Fungsi yang Mungkin

Diketahui $A = \{a\}$; $B = \{5, 7\}$ dan $C = \{x, y, z\}$

Sajikan dengan cara diagram panah terhadap fungsi berikut ini:

1. fungsi A ke B
2. fungsi A ke C
3. fungsi B ke C
4. fungsi C ke A
5. fungsi C ke B

Kemudian, lengkapi Tabel 4.1 (4.6 buku siswa) berikut berdasarkan hasil kerja kalian dapatkan.

Tabel 4.1 Banyak Fungsi yang Mungkin

No.	Fungsi	Banyak Anggota Domain	Banyak Anggota Kodomain	Banyak Fungsi yang Mungkin
1.	fungsi A ke B	1	2	
2.	fungsi A ke C	1	3	

No.	Fungsi	Banyak Anggota Domain	Banyak Anggota Kodomain	Banyak Fungsi yang Mungkin
3.	fungsi B ke C	2	3	
4.	fungsi C ke A	3	1	
5.	fungsi C ke B	3	2	

Apa kesimpulan yang kalian dapatkan berdasarkan hasil pada tabel tersebut di atas? Jelaskan.

Berikut Alternatif Kegiatan.

Coba kalian perhatikan alternatif penyelesaiannya yang dikerjakan oleh kelompok kalian. Jika ada temanmu yang kurang mengerti, karena jawaban kurang lengkap. Coba apa yang perlu ditambahkan dalam dalam penyelesaian tersebut agar lebih lengkap dan jelas sehingga temanmu lebih mengerti.

Dalam kegiatan ini siswa diminta untuk memahami permasalahan yang berkaitan dengan banyak suatu fungsi. Berilah kesempatan siswa untuk memahami terlebih dahulu, dan berilah kesempatan kepada siswa yang sudah memahami untuk mempresentasikan atau menjelaskan kepada siswa lainnya.

Ayo Berteknologi

Kemudian ajaklah siswa untuk melakukan kegiatan literasi digital dengan mengunjungi laman berikut dan melakukan kegiatan pencarian di Youtube berdasarkan kata kunci yang diberikan.

Cara Mudah Memahami Fungsi.
s.id/1uhoH

Syarat Fungsi.
Coba pelajari tentang konsep suatu fungsi melalui video di Youtube, coba dengan kata pencarian "Syarat Fungsi atau Pemetaan"

Banyak Pemetaan.
Coba pelajari tentang konsep banyak pemetaan suatu fungsi melalui video di Youtube, coba dengan kata pencarian "banyak pemetaan".

Alternatif Jawaban Soal Latihan 4.2

1. Alternatif Jawaban:
   a. GURUKU ADALAH ORANG TUAKU KETIKA DI SEKOLAH
   b. ORANG TUAKU ADALAH GURUKU KETIKA DI RUMAH
   c. dqztdqzoaq qrqsqi qtiorxhqfax
   d. lqnq qfqa ofrgftloq

2. “diserahkan kepada teman Guru”

Ayo Berpikir Kritis

3. Alternatif jawaban.

   Tidak setuju dengan pendapat Galih, karena suatu relasi belum tentuk dapat dikatan sebagai fungsi dan setiap fungsi sudah pasti dapat dikatakan sebagai relasi. Jadi, kedudukannya lebih tinggi relasi dari pada fungsi, dengan kata lain bahwa fungsi merupakan himpunan bagian dari pada relasi atau lebih luas relasi dari pada fungsi.

Ayo Berkomunikasi

4. “diserahkan kepada teman Guru”

5. Alternatif Jawaban:
   a. Relasi dari P ke Q tidak termasuk fungsi, mengapa?
   b. Relasi dari R ke S tidak termasuk fungsi, mengapa?

Ayo Berpikir Kreatif

6. “diserahkan kepada teman Guru”

7. “diserahkan kepada teman Guru”

8. Alternatif Jawaban:
   a. Himpunan pasangan berurutan yang dimaksud
      $= \{(p,2),(q,2)\}$
      $= \{(p,2),(q,3)\}$
      $= \{(p,2),(q,4)\}$
      $= \{(p,3),(q,3)\}$
      $= \{(p,3),(q,2)\}$
      $= \{(p,3),(q,4)\}$
      $= \{(p,4),(q,2)\}$
      $= \{(p,4),(q,3)\}$
      $= \{(p,4),(q,4)\}$
   b. banyaknya fungsi yang mungkin dari himpunan A ke himpunan B: ada sebanyak $3^2 = 9$

9. “diserahkan kepada teman Guru”

Ayo Berpikir Kritis

10. “diserahkan kepada teman Guru”

3. Bentuk Penyajian Fungsi

Guru menyarankan kepada siswa untuk memperhatikan cermat agar dapat memahami kegiatan eksplorasi yang disediakan pada buku siswa, sebelum mengajak siswa untuk memperhatikan biaya taksi. Mendorong siswa untuk menyerap informasi tentang lima pendekatan yang berbeda untuk mengekspresikan fungsi, serta contoh dan pembahasannya. Dorong siswa untuk menggunakan logika dengan meminta mereka untuk memilih metode presentasi yang paling cocok ketika mereka mencoba untuk memecahkan pertanyaan-pertanyaan dalam buku siswa. Setiap kelompok dipimpin oleh seorang ketua kelompok dan terdiri dari tiga sampai empat siswa dengan latar belakang yang berbeda-beda.

Mendorong siswa untuk memahami rincian yang telah diberikan kepada mereka tentang lima kemungkinan metode untuk menyatakan fungsi, lengkap dengan contoh dan deskripsi. Mendorong siswa untuk fokus pada metode umum menyajikan fungsi matematika.

Ayo Berpikir Kritis

Herman mengatakan bahwa setiap fungsi pasti bisa dituliskan rumus fungsinya. Sedangkan Ida mengatakan bahwa setiap fungsi belum tentu bisa dituliskan rumus fungsinya. Mereka berdua sepakat bahwa pendapatnya adalah benar. Setujukah kalian dengan salah satu pendapat dari meraka? Jelaskan.

Berikut Alternatif Jawaban "Ayo Berpikir Kritis" yang Bernilai Benar.

Setiap fungsi belum tentu bisa dituliskan rumus fungsinya, misalkan relasi tentang pemilik nomor HP, Anak dari, Ibu Kota suatu Negara, dan lainnya.

Langkah-langkah Kegiatan Berpikir Kritis ini diserahkan sepenuhnya kepada teman Guru untuk menyusunnya sendiri, sebagai latihan. Kemudian perkirakan sendiri juga kesimpulan yang didapat.

Ayo Berpikir Kritis

Bentuk diagram panah, himpunan pasangan berurutan, persamaan fungsi, tabel, dan grafik adalah lima bentuk representasi fungsi yang paling populer dalam Matematika. Kelima cara menyajikan fungsi tersebut tidak harus digunakan untuk setiap mengerjakan suatu soal, akan tetapi tergantung pertanyaan yang diminta dalam soal tersebut. Jailani mengatakan bahwa setiap fungsi pasti dapat dinyatakan dengan kelima cara penyajian fungsi. Sedangkan Karim mengatakan bahwa setiap fungsi belum tentu dapat dinyatakan dengan kelima cara penyajian fungsi. Mereka berdua sepakat bahwa pendapatnya adalah benar. Setujukah kalian dengan salah satu pendapat dari meraka? Jelaskan.

Berikut Alternatif Jawaban Ayo Berpikir Kritis yang Bernilai Benar.

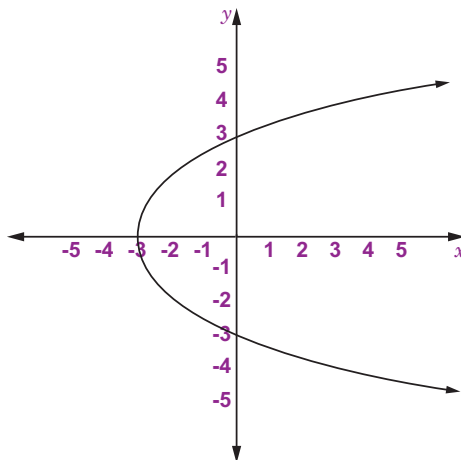
Setiap fungsi belum tentu dapat dinyatakan dengan kelima cara penyajian fungsi

Langkah-langkah Kegiatan Berpikir Kritis ini diserahkan sepenuhnya kepada teman Guru untuk menyusunnya sendiri, sebagai latihan. Kemudian perkirakan sendiri juga kesimpulan yang didapat.

4. Nilai Fungsi dan Bentuk Fungsi

Ajak siswa untuk memahami nilai fungsi dan bentuk yang diuraikan pada Contoh 4.7, 4.8, 4.9, dan 4.10 beserta alternatif penyelesaiannya.

Ayo Berpikir Kritis

Halim dan Mawardi mendiskusikan tentang model grafik pada halaman berikut.

Halim berpendapat bahwa grafik tersebut di atas merupakan grafik fungsi linier. Pada sisi lain, Mawardi tidak setuju dengan pendapat Halim. Karena Mawardi mempunyai pendapat lain, yaitu menyatakan bahwa grafik tersebut tidak termasuk grafik fungsi linier. Apakah kalian setuju dengan pendapat Halim atau Mawardi? Jelaskan

Berikut Alternatif Jawaban "Ayo Berpikir Kritis" yang Bernilai Benar.

Baik pendapat Halim maupun Mawardi, bisa saja keduanya benar. Namun, bisa juga keduanya salah. Kebenaran ini tergantung bagaimana mereka menjelaskan alasannya.

Jika daerah asal fungsi terletak di sepanjang sumbu-y, maka grafik ini merupakan grafik fungsi. Namun, jika daerah asal fungsi terletak di sepanjang sumbu-x, grafik ini bukan merupakan grafik fungsi.

Langkah-langkah Kegiatan Berpikir Kritis ini diserahkan sepenuhnya kepada teman Guru untuk menyusunnya sendiri, sebagai latihan. Kemudian perkirakan sendiri juga kesimpulan yang didapat.

Ayo Berpikir Kreatif

Diketahui nilai $a = 3$ dan $b = 4$ dari rumus fungsi $f(x) = ax - 5$ dan $f(b) = 7$. Coba kalian temukan dengan beberapa alternatif penyelesaian yang mungkin didapat dalam menentukan nilai a dan b dengan nilai berbeda sehingga nilai a dan b merupakan bilangan bulat.

Berikut Alternatif Kegiatan Ayo Berpikir Kreatif.

Coba kalian perhatikan alternatif penyelesaiannya yang dikerjakan oleh kelompok kalian. Jika ada temanmu yang kurang mengerti, karena jawaban kurang lengkap. Coba apa yang perlu ditambahkan dalam dalam penyelesaian tersebut agar lebih lengkap dan jelas sehingga temanmu lebih mengerti.

Siswa diminta untuk memahami masalah yang melibatkan rumus fungsi sebagai bagian dari tugas ini. Memberikan kesempatan kepada siswa untuk memahami sebelum memberikan kesempatan kepada mereka untuk menyampaikan atau menjelaskan kepada siswa lain apa yang telah mereka pahami.

Langkah-langkah Kegiatan Berpikir Kreatif ini diserahkan sepenuhnya kepada teman Guru untuk menyusunnya sendiri, sebagai latihan. Kemudian perkirakan sendiri juga kesimpulan yang didapat.

Ayo Berkomunikasi

Berikut soal nomor 2 Bagian A yang terdapat pada soal OSN SMP Tingkat Provinsi Tahun 2011 pada bidang Matematika.

Jika f adalah fungsi sehingga $f(xy) = f(x - y)$ dan $f(6) = 1$, maka $f(-2) - f(4) = \ldots$

Manakah dari jawaban siswa berikut yang paling mudah menurut kalian? Mengapa? Apa yang harus dipertimbangkan dalam mengomunikasikan jawaban yang baik?

Siswa	Jawaban
Siswa A (Sosuke D. Aizen)	Faktor positif dari $6 = \{1,2,3,6\}$ $f(xy) = f(x - y)$ $f(6.1) = f(6 - 1)$ $f(6) = f(5)$ $1 = f(5) \rightarrow f(5) = 1$

Siswa	Jawaban
Siswa A (Sosuke D. Aizen)	$f(xy) = f(x-y)$ $f(5.1) = f(5-1)$ $f(5) = f(4)$ $1 = f(4) \rightarrow f(4) = 1$ $f(xy) = f(x-y)$ $f(2.3) = f(2-3)$ $f(6) = f(-1)$ $1 = f(-1) \rightarrow f(-1) = 1$ $f(xy) = f(x-y)$ $f(-1.1) = f(-1-1)$ $f(-1) = f(-2)$ $1 = f(-2) \rightarrow f(-2) = 1$ $Jadi\ f(-2) - f(4) = 1 - 1 = 0$
Siswa B (Tutur Widodo)	Berdasarkan sifat fungsi f diperoleh, $f(-2) = f(2.(-1)) = f(2+1) = f(3)$ (1) dan $f(4) = f(4\,.\,1) = f(4-1) = f(3)$ (2) Berdasarkan pers.(1) dan pers.(2) didapat $f(-2) = f(4)$, sehingga $f(-2) - f(4) = 0$
Siswa C (Mohammad Tohir)	Diketahui fungsi $f(xy) = f(x-y)$ dan $f(6) = 1$ Kemudian mencari pola dari kedua persamaan diatas agar bisa diselesaikan, yakni: mencari faktor prima dari 6, yaitu $3 \cdot 2$

Siswa	Jawaban
Siswa C (Mohammad Tohir)	$f(6) = f(3 \times 2) = f(3 - 2) = 1$, maka $f(1) = 1$ sehingga untuk $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$ dan seterusnya dicari juga faktor primanya masing-masing, yakni $f(2) = f(2 \times 1) = f(2 - 1) = f(1) = 1$ $f(3) = f(3 \times 1) = f(3 - 1) = f(2) = 1$ . . . . $f(n) = 1$ Dengan demikian, untuk $f(-2) = 1$ dan $f(4) = 1$, Sehingga didapat $f(-2) - f(4) = 1 - 1 = 0$ Jadi, nilai dari $f(-2) - f(4)$ adalah 0

Petunjuk Guru untuk Kegiatan Ayo Berkomunikasi

1. Ajaklah siswa untuk memahami ketiga jawaban siswa tersebut. Apabila diperlukan bahaslah secara klasikal dengan menuliskan dipapan tulis atau ditampilan dilayar LCD dari katiga jawaban siswa tersebut. Berilah kesempatan kepada siswa untuk menentukan pilihan manakah jawaban yang paling bagus menurut mereka berikut dengan alasannya.
2. Intruskikan kepada siswa untuk saling berpasangan dengan teman sebelahnya, kemudian jaklah siswa untuk saling berdiskusi.
3. Berilah tugas berupa soal yang senada kepada siswa untuk didiskusikan jawabannya dengan kelompok mareka masing-masing (berilah jawaban yang komunikatif).
4. Tukarkan hasil jawaban soal tersebut (soal yang ditugaskan) dengan kelompok lain, kemudian berilah argumennya (apakah semua anggota kelompok memahami jawaban dari kelompok lain?). kemudian, intruksikan kepada siswa untuk menuliskan kesimpulan dari hasil kegiatan ini.

Alternatif Jawaban Soal Latihan 4.3

1. “diserahkan kepada teman Guru”

2. **Setuju** dengan pendapat Miftah, karena istilah diagram Cartesius hanya digunakan untuk menyajikan relasi yang berbentuk diagram, sedangkan istilah grafik hanya digunakan untuk menyajikan fungsi linier.

   Tidak Setuju dengan pendapat Miftah, karena istilah diagram Cartesius itu sama saja dengan grafik yang terkletak pada kuadran I dengan daerah asal dan daerah kawan dalam bentuk bilangan terurut, dimana masing-masing terletak pada sumbu-x dan sumbu-y.

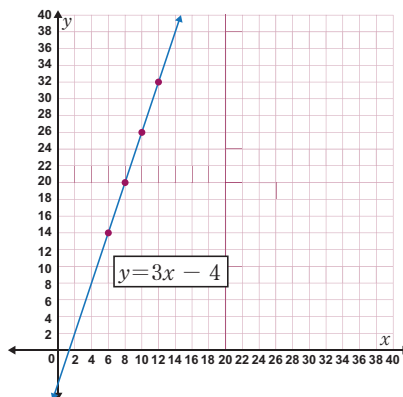
3. Alternatif Jawaban:

   a. Nilai dari $f(6) = 14$, $f(8) = 20$, $f(10) = 26$, dan $f(12) = 32$

   b. Fungsi liniernya adalah $f(x) = 3x–4$

x	6	8	10	12
$f(x)$	14	20	26	32
(x,y)	(6,14)	(8,20)	(10,26)	(12,32)

   c. daerah hasil dari fungsi linier tersebut adalah $\{14, 20, 26, 32\}$

   d. Grafik dari fungsi linier tersebut adalah $f(x) = 3x–4$

4. "diserahkan kepada teman Guru"

5. "diserahkan kepada teman Guru"

6. Jika diketahui fungsi $f(n+1)=\frac{2f(n)+1}{2}$ untuk $n=1, 2, 3, \ldots\ldots$, dan $f(1)=2$, maka tentukan nilai dari $f(2023)$.

Untuk $n=1$ $\quad f(1+1)=\frac{2f(1)+1}{2}$

$$f(2)=\frac{2(2)+1}{2}=\frac{5}{2}=\frac{1+4}{2}$$

Untuk $n=2$ $\quad f(2+1)=\frac{2f(2)+1}{2}$

$$f(3)=\frac{2\left(\frac{5}{2}\right)+1}{2}=\frac{6}{2}=\frac{2+4}{2}$$

Untuk $n=3$ $\quad f(3+1)=\frac{2f(3)+1}{2}$

$$f(3)=\frac{2\left(\frac{6}{2}\right)+1}{2}=\frac{7}{2}=\frac{3+4}{2}$$

Untuk $n=4$ $\quad f(4+1)=\frac{2f(4)+1}{2}$

$$f(5)=\frac{2\left(\frac{7}{2}\right)+1}{2}=\frac{8}{2}=\frac{4+4}{2}$$

Untuk $n=5$ $\quad f(5+1)=\frac{2f(4)+1}{2}$

$$f(6)=\frac{2\left(\frac{8}{2}\right)+1}{2}=\frac{9}{2}=\frac{5+4}{2}$$

Untuk $n=n$ $\quad f(n+1)=\frac{2f(n)+1}{2}$

$$f(n+1)=\frac{n+4}{2}$$

Sehingga $f(2023)=f(2022+1)=\frac{2022+4}{2}=\frac{2026}{2}=1013$

Jadi, nilai dari $f(2023)=1013$

7. “diserahkan kepada teman Guru”

8. Alternatif penyelesaian

   Diketahui $f(x.y) = \frac{f(x)}{y}$ dengan x dan y bilangan riil dan $f(500) = 3$.

   Karena x dan y bilangan real maka untuk $f(600)$ didapat

   $$f(600) = f(500 \times \frac{6}{5}) = \frac{f(500)}{\frac{6}{5}} = \frac{3}{\frac{6}{5}} = \frac{15}{6} = 2\frac{1}{2}$$

   Jadi, $f(600) = 2\frac{1}{2}$

9. Alternatif Jawaban:
   a. volume air dalam bak mandi sebelum air dialirkan adalah 5 liter
   b. volume air dalam bak mandi setelah 15 menit adalah 95 liter

10. “diserahkan kepada teman Guru”

C. Korespondensi Satu-satu (Pengayaan)

1. Pengertian Korespondensi satu-satu

Meminta siswa untuk memperhatikan dan memahami isu kontekstual dengan deretan rumah dan Nomor Induk Siswa Nasional pada kegiatan Ayo Bereksplorasi. Mendorong siswa untuk memperhatikan bagaimana nama siswa dan Nomor induk Siswa Nasional untuk sekolah tertentu berhubungan satu sama lain. Informasikan kepada siswa nama-nama dari dua himpunan yang dihasilkan serta relasi antara dua himpunan tersebut. Himpunan A berisi nama siswa, sedangkan Himpunan B berisi nomor induk siswa. Siswa diberi kesempatan untuk mempertimbangkan desain diagram panah yang mewakili dua hubungan yang dibuat.

Ajaklah siswa untuk melihat Tabel 4.2 setelah mereka memahami contoh 4.12 dan alternatif penyelesaiannya. Kedua diagram panah dengan anak panahnya adalah penekanan utama pengamatannya, beserta alasan mengapa mereka dan tidak dianggap sebagai

korespondensi satu-satu. Kemudian meminta siswa untuk meperkirakan alasannya.

Beri siswa kesempatan untuk mendsikusikan hubungan antara anggota himpunan A dan B, serta alasan utama dikatakan sebagai korespondensi satu-satu.

Perhatikan dengan cermat relasi dari anggota himpunan A ke B yang digambarkan pada Tabel 4.2 di bawah ini.

Tabel 4.2 contoh korespondensi satu-satu dan contoh bukan korespondensi satu-satu

No.	Contoh Korespondensi Satu-satu	Contoh Bukan Korespondensi Satu-satu
1.	A: 1, 2, 3; B: a, b, c	A: 1, 2, 3; B: a, b, c
2.	A: 1, 2, 3; B: a, b, c	A: 1, 2, 3; B: a, b, c, d
3.	A: 1, 2, 3, 4, 5; B: a, b, c, d, e	A: 1, 2, 3; B: a, b, c, d
4.	A: 1, 2, 3, 4, 5; B: a, b, c, d, e	A: 1, 2, 3, 4, 5; B: a, b, c, d

Selanjutnya, ajaklah siswa untuk membuat kesimpulan terkait dengan hasil pengamatan pada tabel 4.2 dan ajaklah siswa untuk berdiskusikan terhadap salah satu pertanyaan berikut:

Ketika semua anggota memiliki pasangan, mengapa bagian kedua dari diagram panah pada Tabel 4.2 nomor 4 dikatakan bukan korespondensi satu-satu?

Menurut Sulastri, perbedaan antara relasi, fungsi, dan korespondensi satu-satu adalah setiap relasi tidak selalu dapat disebut sebagai fungsi dan korespondensi satu-satu, setiap relasi tidak selalu dapat disebut sebagai korespondensi satu-satu tetapi pasti dapat disebut sebagai relasi, dan setiap korespondensi satu-satu pasti selalu dapat disebut sebagai relasi dan fungsi. Sedangkan Rudi tidak setuju dengan pendapat Sulastri, karena Rudi punya pendapat lain tentang perbedaan antara relasi, fungsi, dan korespondensi satu-satu; yaitu korespondensi satu-satu dapat disebut sebagai himpunan bagian dari fungsi dan relasi, begitu juga fungsi dapat disebut sebagai himpunan bagian dari relasi. Setujukah kalian dengan pendapat Rudi? Jelaskan. Ataukah kalian justru setuju dengan pendapat Sulastri? Jelaskan.

Berikut Alternatif Jawaban Ayo Berpikir Kritis yang Bernilai Benar.

Setiap relasi tidak selalu merupakan fungsi dan korespondensi satu-satu, setiap relasi tidak selalu merupakan korespondensi satu-satu tetapi pasti suatu relasi, dan setiap korespondensi satu-satu pasti selalu relasi dan fungsi.

Ayo Berpikir Kreatif

Diketahui himpunan $K = \{1, 2, 3, 4\}$ dan himpunan $L = \{a, b, c, d\}$. Muhasshanah menemukan hubungan kedua himpunan tersebut yang dapat dikatakan sebagai korespondensi satu-satu, yaitu $\{(1, a); (2, b); (3, c); (4, d)\}$. Sedangkan Mukhsin menemukan hubungan kedua himpunan tersebut yang dapat dikatakan sebagai korespondensi satu-satu, yaitu $\{(1, b); (2, a); (3, d); (4, c)\}$. Kalau kalian, dapatkah kalian menemukan bentuk susunan himpunan pasangan berurutan yang berbeda? Temukan sebanyak mungkin susunan himpunan pasangan berurutan berbeda-beda.

Berikut Alternatif Kegiatan Ayo Berpikir Kreatif.

Coba kalian kedua bentuk korespondensi satu-satu yang ditemukan oleh Muhasshanah dan Mukhsin. Jika ada temanmu yang kurang mengerti, karena jawaban kurang lengkap. Coba apa yang perlu ditambahkan dalam dalam penyelesaian tersebut agar lebih lengkap dan jelas sehingga temanmu lebih mengerti.

Siswa diharapkan memahami masalah dengan beberapa korespondensi satu-satu dalam tugas ini. Memberikan kesempatan kepada siswa untuk memahami sebelum memberikan kesempatan kepada mereka untuk menyampaikan atau menjelaskan kepada siswa lain apa yang telah mereka pahami.

Ayo Berteknologi

Kemudian ajaklah siswa untuk melakukan kegiatan berikut ini.

Coba pelajari tentang konsep korespondensi satu-satu melalui video di Youtube, coba dengan kata pencarian "korespondensi satu-satu".

2. Banyak Korespondensi satu-satu

Ayo Bereksplorasi

Ajaklah siswa untuk memperhatikan kegiatan Ayo Berekplorasi pada Tabel 4.8 (buku siswa) untuk mempelajari lebih lanjut tentang banyak cara di mana dua himpunan yang dapat dikatakan sebagai korespondensi satu-satu. Undanglah siswa ke perpustakaan untuk berpartisipasi dalam kegiatan penggalian informasi jika memungkinkan. Jika hal ini tidak memungkinkan, bagilah kelas menjadi 7 kelompok dan, dengan masing-masing kelompok diberi tugas yang berbeda, diskusikan di kelas berapa banyak orang dalam dua kumpulan data tersebut.

Ayo Bekerja Sama

Perhatikan siswa yang mengikuti latihan Ayo Kerja Sama, dan dorong mereka untuk mencoba mendiskusikan permasalahan yang terdapat pada Tabel 4.9 (Buku Siswa).

Berikut Alternatif Jawaban yang Bernilai Benar.

Dikarenakan pada contoh korespondensi satu-satu, jumlah kedua himpunannya adalah sama, maka untuk mengetahui jumlah anggotanya cukup untuk menentukan berapa banyak korespondensi satu-satu yang ada dari himpunan A ke himpunan B. Banyaknya anggota kemudian difaktorisasi; misalnya, jika ada 4 anggota, maka banyak korespondensi satu-satu yang mungkin terjadi adalah $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.

1. Karena tiga anggota himpunan B tidak ada pasangannya dan satu anggota himpunan B berpasangan lebih dari satu anggota himpunan A, maka diagram pada Gambar 4.12(a) (Buku Siswa) tidak menggambarkan korespondensi satu-satu. Di sisi lain, diagram dapat dianggap sebagai fungsi.

2. Karena satu anggota himpunan A dipasangkan lebih dari satu anggota himpunan A dan karena anggota himpunan A lainnya tidak memiliki pasangan, maka Gambar 4.14(b) (Buku Siswa) tidak merepresentasikan korespondensi satu-satu. Selain itu, diagram bukan fungsi.
3. Karena jumlah anggota yang identik di kedua himpunan dan fakta bahwa setiap anggota di kedua himpunan memiliki tepat satu pasangan, maka Gambar 4.14(c) (Buku Siswa) dapat dikatakan sebagai korespondensi satu-satu. Sehingga diagram termasuk fungsi.

Kemudian, mintalah siswa untuk memahami contoh 4.13 dan 4.14. Mintalah siswa untuk membagikan tugas mereka kepada rekan-rekan mereka, dan pastikan teman yang menerima tugas mengetahui apa yang harus diselesaikan. Periksa bagaimana mereka melakukan tugas mereka dan pastikan bahwa bahasa yang mereka gunakan sesuai dengan prinsip-prinsip moral yang baik.

Alternatif Jawaban Soal Latihan 4.4

1. Alternatif Jawaban:

   Dari diagram panah yang menunjukkan korespondensi satu-satu adalah (iii), (iv) dan (v)
2. “diserahkan kepada teman Guru”

3. Setuju dengan Subarno dan Sunardi, karena dua himpunan yang banyak anggotanya sama merupakan fungsi khusus yang dapat dikatakan sebagai korespondensi satu-satu

4. “diserahkan kepada teman Guru”
5. Alternatif Jawaban:

   a. Sebanyak 12! (faktorial) b. Sebanyak 9! (faktorial)

Untuk nomor sampai 10, “diserahkan kepada teman Guru”

Ayo Bekerja Sama

Setelah kalian mempelajari materi fungsi linier, selanjutnya buatlah laporan kegiatan menggambar grafik fungsi linier dengan menggunakan software komputer (*MS Excel, FX Draw, Maple, GeoGebra, Mathlab*, atau lainnya yang serupa) seperti gambar grafik fungsi pada Bab 4 ini. Menurut kalian, apakah masih diperlukah menggambar bagun datar secara manual melalui kemampaun tangan kalian? Mengapa? Jelaskan.

Projek Bab 4

Berikut ini adalah tugas-tugas yang harus diselesaikan Guru sehubungan dengan kegiatan Proyek pada buku siswa:

Sebelum Pelaksanaan Kegiatan

- Perlengkapan yang dibutuhkan untuk kegiatan proyek ini, seperti buku, area perpustakaan, atau bahkan akses internet, harus tersedia.
- Persiapkan kertas HVS, kertas asturo, atau kertas lainnya.
- Siswa harus dibagi menjadi beberapa kelompok untuk melaksanakan tanggung jawab mereka.
- Beritahu siswa untuk mematuhi langkah-langkah dalam buku siswa untuk tugas mereka.

Ayo Berefleksi

Guru mengajak siswa melaksanakan refleksi materi Relasi dan Fungsi. Ajaklah siswa untuk menuliskan beberpa hal penting yang telah didapat oleh siswa dari belajar materi relasi dan fungsi, berikut daftar pertanyaannya.

1. Apa saja yang dapat kalian ketahui tentang materi relasi?
2. Apa persyaratan agar suatu relasi dinyatakan sebagai fungsi?

3. Apakah ada suatu fungsi tertentu dari himpunan ke himpunan itu sendiri?
4. Tunjukkan berapa banyak cara yang berbeda suatu fungsi dapat disajikan.
5. Bagaimana ara menemukan nilai fungsi?
6. Sebutkan apa sajakah ciri-ciri dari korespondensi satu-satu?

Penguatan Karakter

Dalam rangka memperingati Hari Kemerdekaan 17 Agustus, biasanya seseorang membuat pola guntingan kertas yang berselang-seling dengan merah, putih, merah, putih, merah, putih, dan begitu seterusnya. Pola yang dihasilkan adalah fungsi dari himpunan bilangan asli dikalikan dengan himpunan potongan kertas merah dan putih. Dalam notasi formal, barisan ini akan ditulis sebagai {(1,merah); (2, putih); (3, merah); (4, putih); (5, merah); ...}.

Alternatif Jawaban Uji Kompetensi Bab 4

A. Jawaban Pilihan Ganda

1. c
2. b
3. d
4. b
5. c

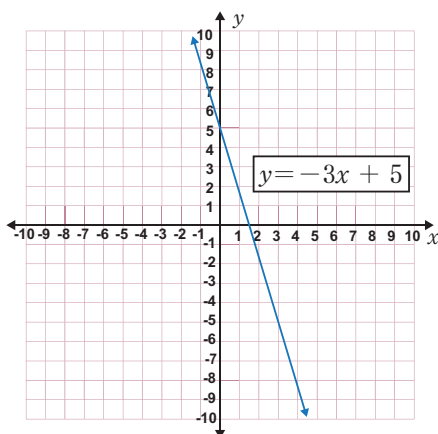
B. Alternatif Jawaban untuk Soal Uraian

6. “diserahkan kepada teman Guru”

Ayo Berpikir Kreatif

7. “diserahkan kepada teman Guru”
8. Alternatif Jawaban:
   a. Rumus fungsi $f(x) = 5 - 3x$

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	11	8	5	2	-1	-4
(x,y)	$(-2,11)$	$(-1,8)$	$(0,5)$	$(1,2)$	$(2,-1)$	$(3,-4)$

b. Grafik fungsi dari $f(x) = 5 - 3x$

Ayo Berpikir Kritis

9. "diserahkan kepada teman Guru"
10. Soal *PISA* (Pohon Apel)
    a. Tabel lengkap

n	Jumlah Pohon Apel	Jumlah Pohon Pinus
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40
6	36	48
7	49	56
8	64	64
9	81	72
10	100	80
⋮	...	...
n	n^2	$8n$

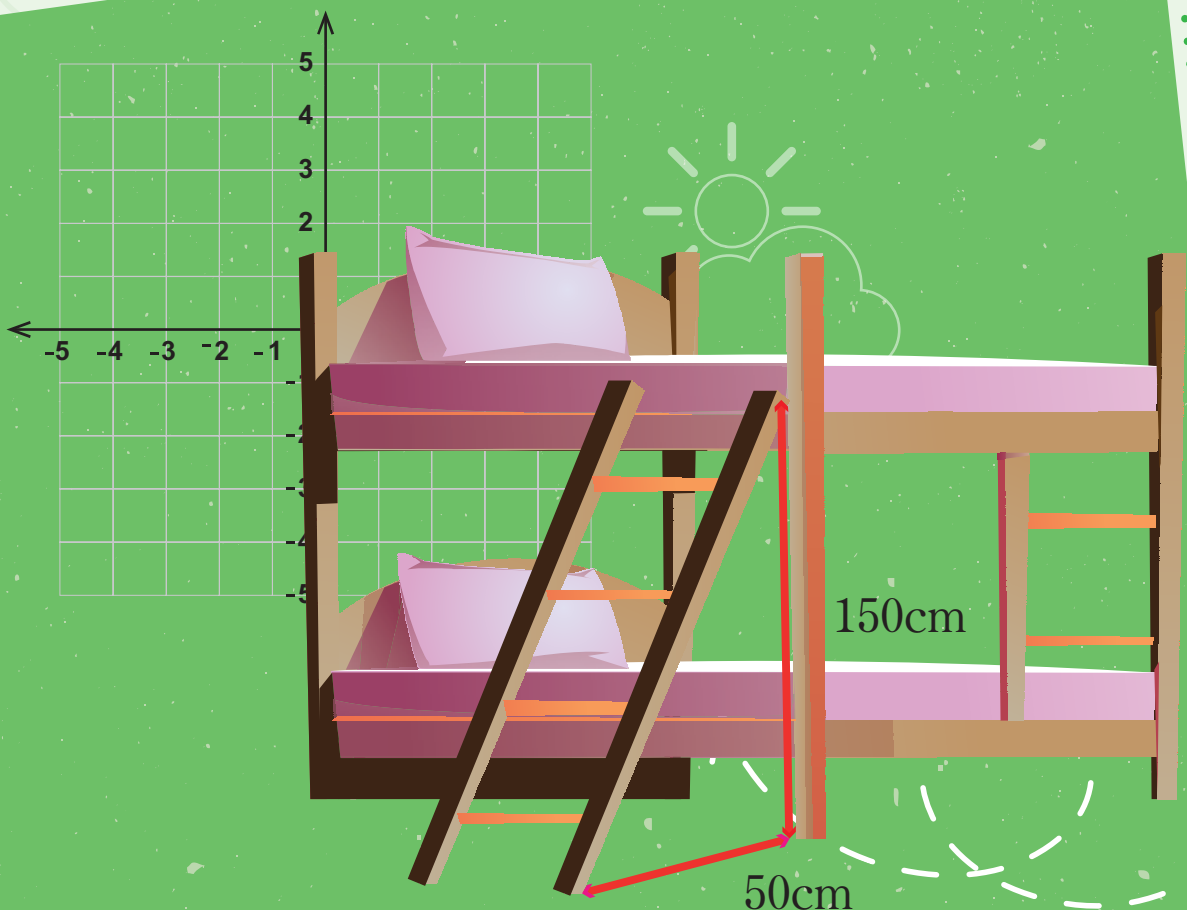
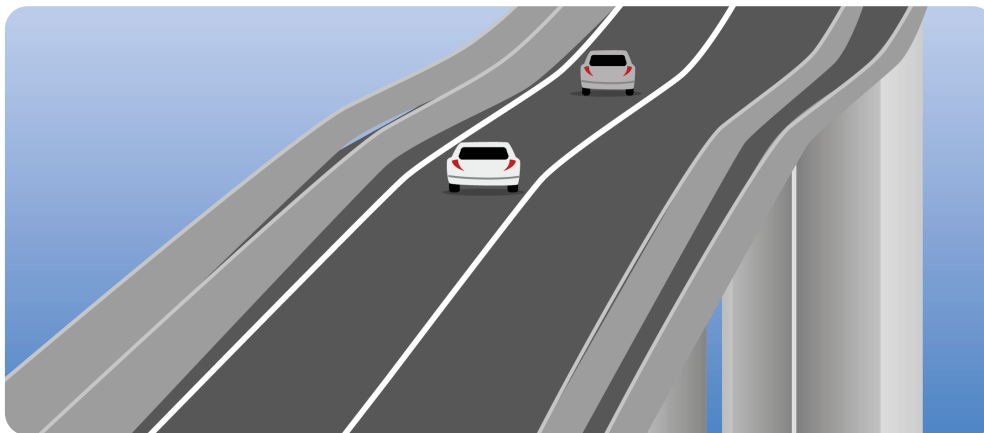
    b. Yang akan meningkat lebih cepat adalah jumlah pohon apel. Mengapa? Berdasarkan tabel di atas, coba jelaskan menurut argumen kita masing-masing.

Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi
Republik Indonesia, 2022

Buku Panduan Guru Matematika untuk SMP/MTs Kelas VIII

Penulis: Mohammad Tohir, dkk.
ISBN: 978-602-427-902-8 (Jil.2)

Bab 5

PERSAMAAN GARIS LURUS

Pengantar bab

Gambar 5.1 Jalan Menanjak

Jalan datar, jalan menurun, dan jalan menanjak pasti pernah dilalui dengan cara tertentu saat mengendarai mobil, mengendarai sepeda, atau menggunakan bentuk transportasi lain. Jalan yang menanjak atau menurun seringkali memiliki kemiringan yang telah ditentukan sebelumnya yang telah diperhitungkan untuk memberikan tingkat keamanan dan kenyamanan bagi mobil yang lewat. Jalan yang menanjak memiliki kemiringan juga. Jalan akan menantang bagi mobil untuk dilintasi jika terlalu curam. Beberapa aspek kehidupan sehari-hari lainnya, termasuk jalan, memerlukan perhitungan kemiringan. Misalnya, tangga dalam struktur bertingkat telah direncanakan dengan cermat, hingga tingkat kemiringannya, untuk memastikan bahwa orang dapat menggunakannya dengan aman dan nyaman. Untuk memastikan kenyamanan dan keamanan pengguna, seorang arsitek sangat memperhatikan kemiringan saat mendesain tangga dan trotoar. Tempat parkirnya serupa ; jika terlalu miring, tidak aman untuk digunakan oleh mobil dan pengemudi. Kalian akan belajar bagaimana cara membuat grafik, menghasilkan persamaan garis lurus, dan kemiringan garis, serta keuntungan menggunakan garis lurus dalam memecahkan masalah kontekstual.

Capaian Pembelajaran

Di akhir fase D, peserta didik dapat menyajikan, menganalisis, dan menyelesaikan masalah dengan menggunakan fungsi linier, persamaan linier, gradien garis lurus di bidang koordinat Cartesius.

Tujuan Pembelajaran

Diharapkan setelah membaca Bab 5 ini, Kalian akan mampu:

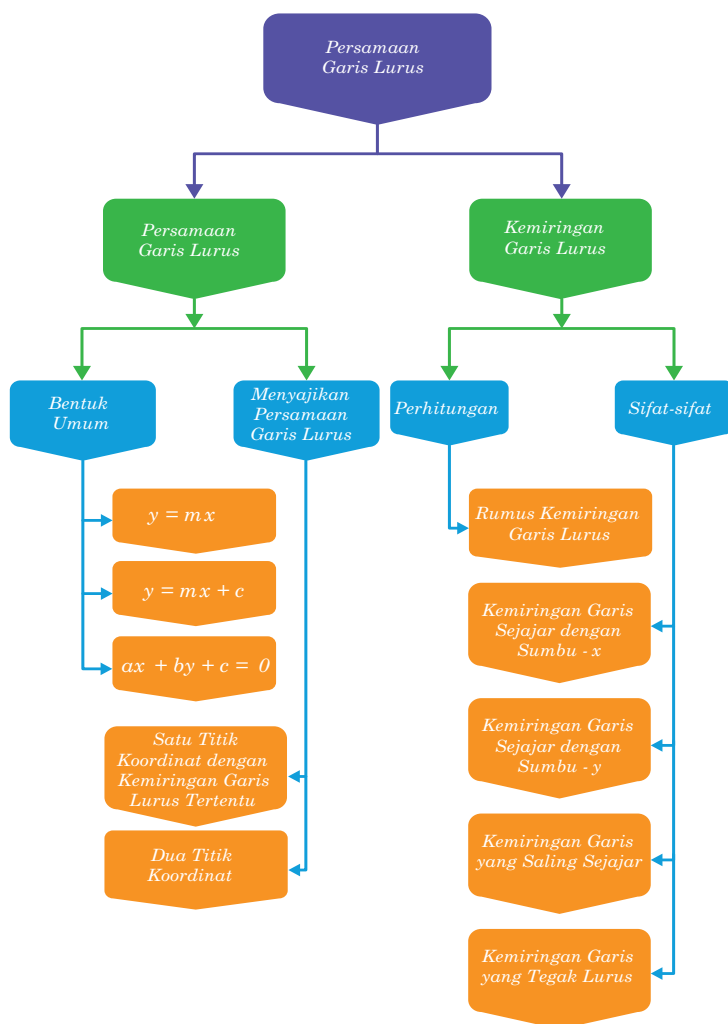
- √ Memahami bentuk persamaan linier
- √ Menjelaskan koordinat Cartesius
- √ Menggambar garis lurus pada koordinat Cartesius
- √ Memahami konsep gradien
- √ Menentukan persamaan linier
- √ Memahami konsep bentuk persamaan garis lurus
- √ Menggambarkan bentuk lain persamaan garis lurus
- √ Menentukan penyelesaian dari suatu persamaan linier

Pertanyaan Pemantik

- Bagaimana cara membuat grafik persamaan garis lurus?
- Bagaimana garis yang melintasi kemiringan dua buah titik dapat ditemukan?
- Jika diketahui suatu persamaan garis, bagaimana cara menghitung kemiringan garis tersebut?
- Bagaimana cara mendapatkan persamaan garis lurus yang melalui titik A (x_1,y_1) dengan gradien yang diketahui m?
- Bagaimana cara menghitung persamaan garis lurus yang menghubungkan dua titik A (x_1,y_1) dan B (x_2,y_2)?
- Informasi apa yang tersedia pada kemiringan dua garis sejajar dan dua garis yang berpotongan saling tegak lurus?
- Persamaan umum apa yang dapat digunakan untuk menyatakan persamaan garis yang melalui titik (x_1,y_1) dan memiliki kemiringan m?

Kata Kunci

- Persamaan linier,
- Persamaan garis lurus,
- Grafik,
- Kemiringan,
- Titik potong.

Peta Konsep

Gambaran Umum Bab

Materi Persamaan garis lurus, kemiringan garis lurus, dan bentuk lain persamaan garis lurus dibahas dalam Bab 5 ini. Setiap subbabnya akan disajikan penanaman karakter pancasila dan keterampilan abad 21 untuk mendukung tercapaian generasi emas Tahun 2045, yaitu 1) konsep dan teori matematika, 2) pengenalan 4Cs (*Creativity, Critical Thinking, Collaboration, Communication*), 3) literasi matematika, dan 4) literasi budaya, dan 5) literasi digital. Agar siswa berhasil menyelesaikan ketiga kegiatan pembelajaran tersebut, pemaparan pada Bab 5 akan menguji kemampuan siswa dalam menyajikan persamaan garis lurus, kemiringan garis lurus, dan bentuk lain persamaan garis lurus.

Kegiatan 5.1 membahas tentang konsep persamaan garis lurus yang diawali dengan sajian tentang nilai aset pada suatu perusahaan sebagai literasi budaya yang terkait dengan persamaan garis lurus. Nilai aset perusahaan dapat dibandingkan dengan gagasan persamaan garis lurus oleh siswa. Siswa diajak mengeksplorasikan konsep grafik persamaan garis dengan beberapa titik koordinat yang terdapat pada beberapa bentuk garus lurus. Siswa diminta untuk memperdalam pengetahuannya dengan melalui kegiatan bereksplorasi, berkomunikasi, mencoba, dan menggunakan teknologi untuk memperluas pengetahuan tentang konsep persamaan garis lurus. berpikir kreatif, berpikir kritis, bekerjasama memalui penguatan karakter. Ajaklah siswa untuk mengevaluasi kepamampuan dirinya melalui kegiatan refleksi dan latihan soal.

Kegiatan 5.2 membahas tentang konsep kemiringan garis lurus yang diawali dengan kegiatan bereksplorasi terkait dengan masalah kontekstual dalam menemukan rumus umum kemiringan garis lurus. Siswa diajak mencoba menerapkan pemahamannya pada kasus yang disediakan pada buku siswa, berpikir kreatif, berpikir kritis, dan menggunakan teknologi. Ajaklah siswa untuk mengevaluasi kepamampuan dirinya melalui kegiatan berefleksi dan latihan soal.

Kegiatan 5.3 membahas tentang konsep bentuk lain persamaan garis lurus, yaitu bentuk persamaan garis lurus melalui titik tertentu dengan kemiringan m; dan persamaan garis lurus yang melalui dua titik koordinat. Kegiatan bereksplorasi merupakan kagiatan awal

pembelajaran dalam memahamkan siswa terkait dengan bentuk persamaan garis lurus melalui titik tertentu dengan kemiringan m, hal ini dilakukan dengan melalui kegiatan pengamatan yang disediakan pada tabel. Siswa diajak untuk memahami definisi persamaan garis lurus dan contoh soal yang disediakan pada buku siswa. Siswa diajak melakukan berpikir kreatif, berpikir kritis, dan menggunakan teknologi untuk memperluas pengetahun tentang bentuk persamaan garis lurus melalui titik tertentu dengan kemiringan m. Ajaklah siswa untuk melakukan kegiatan bereksplorasi, berkomunikasi, dan menggunakan teknologi untuk memperluas pengetahun tentang bentuk persamaan garis lurus melalui dua titik koordinat tertentu. Ajaklah siswa untuk mengevaluasi kepamampuan dirinya melalui kegiatan latihan soal, projek, kegiatan berefleksi.

Skema Pembelajaran

Subbab	Waktu (JP)*	Tujuan	Pokok Materi	Kosakata	Metode dan Aktivitas	Sumber Utama	Sumber Lain
5.1 Grafik Persamaan Garis Lurus	8 JP	• Memahami bentuk persamaan linier • Menjelaskan koordinat Cartesius • Menggambar persamaan linier pada koordinat Cartesius	Memahami grafik persamaan garis lurus, grafik persamaan garis melalui sumbu koordinat, grafik persamaan garis melalui dua titik koordinat	Grafik, persamaan, garis lurus	Bereksplorasi, tahukah kalian, berkomunikasi, mencoba, menggunakan teknologi	Buku Siswa	https://sumber.belajar.kemdikbud.go.id/repos/FileUpload/Persamaan%20Garis%20Lurus-BB/Topik-1.html https://sumber.belajar.kemdikbud.go.id/repos/FileUpload/Persamaan%20Garis%20Lurus-BB/Topik-2.html https://sumber.belajar.kemdikbud.go.id/repos/FileUpload/Persamaan%20Garis%20Lurus-BB/tes.html
5.2 Kemiringan Grafik Lurus	6 JP	• Memahami konsep gradien	Memahami konsep kemiringan garis lurus, kemiringan garis lurus melalui sumbu koordinat, kemiringan garis lurus melalui dua titik koordinat	Kemiringan, gradien, garis lurus	Bereksplorasi, berpikir kreatif, berpikir kritis, menggunakan teknologi	Buku Siswa	https://www.geogebra.org/m/mpryjved
5.3 Bentuk Lain Persamaan Garis Lurus	10 JP	• Menentukan persamaan linier • Memahami konsep bentuk persamaan garis lurus • Menggambarkan bentuk lain persamaan garis lurus • Menentukan penyelesaian dari suatu persamaan linier	Memahami bentuk persamaan garis lurus dengan kemiringan m dan melalui titik tertentu, persamaan garis lurus yang melalui dua titik koordinat	Bentuk lain, persamaan, garis lurus, kemiringan, titik tertentu, dua titik koordinat	Bereksplorasi, tahukah kalian, berpikir kritis, berpikir kreatif, menggunakan teknologi, berkomunikasi, mengerjakan projek, berefleksi	Buku Siswa	https://www.youtube.com/watch?v=TtKzyyG4yeM

Catatan:* Waktu merupakan saran rentang jam pelajaran. Guru dapat menyesuaikan dengan kondisi aktual pembelajaran.

Panduan Pembelajaran

Kegiatan berikut memberikan cara yang berbeda untuk belajar tentang persamaan garis lurus. Keadaan Guru dan murid di sekolah masing-masing dapat memodifikasi alternatif kegiatan proses pembelajaran ini. Teman guru juga dapat menggunakan pendekatan yang sama sekali berbeda tergantung pada keadaan yang melibatkan Guru, murid, dan sekolah masing-masing.

Pengalaman Belajar

Guru diharapkan dapat mencerahkan pengalaman belajar siswa setelah mempelajari Bab 5 ini sebelum memulai pelajaran tentang persamaan garis lurus.

1. Siswa dapat mempelajari informasi yang sebelumnya pernah dipelajari terkait materi persamaan garis pada suatu kejadian
2. Siswa dapat melakukan kegiatan eksplorasi berdasarkan instruksi yang disajikan pada buku siswa.
3. Siswa dapat memahai teori dan konsep persamaan garis lurus dan bentuknya.
4. Siswa dapat mengembangkan kemampuannya dengan melakukan kegiatan berpikir kritis, berpikir kreatif, berkomunikasi, berdiskusi, mencoba, berefleksi, mengerjakan projek, dan menggunakan teknologi.
5. Siswa dapat mengimplementasikan pengetahuannya pada permasalah matematika tentang kosep persamaan garis lurus pada masalah kontekstual.

Sarana dan Prasarana Pembelajaran

- Busur, jangka, kertas berpetak, dan kertas asturo secukupnya
- Beberapa perlengkapan alat-alat tulis, seperti pensil, pulpoin, penghapus, ketas berpetak, penggaris, dan lain-lain.
- Sediakan alat peraga tabel, kertas HVS secukupnya untuk mengisikan hasil kerja siswa.
- Lingkungan, teman, dan Lembar Kegiatan Projek

Apersepsi

Berikan pengantar awal kepada siswa untuk mempelajari materi Persamaan Garis lurus, yaitu dengan menanyakan tentang materi sistem koordinat, persamaan linier satu variabel yang pernah dipelajari ketika kelas 7. Misalkan tentang penawaran mangajar pada suatu bimbel atau privat. Dimana, tempat bimbel yang menawarkan pekerjaan mengajar untuknya dengan gaji perbulan adalah Rp 1.000.000,00 sedangkan jika ia mengajar privat ia dibayar Rp 100.000,00 setiap pertemuan dan dalam 1 minggu setiap siswa diajari selama 2 pertemuan atau lebih sesuai kesepakatan. Ajaklah siswa untuk memilih kedua tawaran tersebut, apakah harus mengajar privat atau bimbel?

A. Grafik Persamaan Garis Lurus

Ajaklah siswa untuk memperhatikan dengan cermat masalah kontekstual terkait dengan Persamaan Garis Lurus dan alternatif penyelesaiannya.

Konsentrasikan fokus siswa pada titik potong garis dengan sumbu x dan y untuk Persamaan 1 dan 2. Guru menginstruksikan siswa untuk mengidentifikasi empat jenis garis yang berbeda dalam persamaan 1 dan 2. Fokuskan pengamatan siswa pada kemiringan garis yang melalui titik pusat koordinat dan lainnya; agar memperhatikan juga terhadap perbedaan masing-masing garis pada gambar.

Kemudian ajaklah siswa untuk membahas dua pertanyaan yang telah disediakan pada buku siswa. Guru memberikan pertanyaan pancingan atau kata-kata kunci agar siswa mampu mengeksplorasikan pemahamannya dengan baik dan benar.

1. Syaratnya apa sajakah suatu persamaan grafik bisa membentuk suatu garis lurus?
2. Adakah rumus persamaan garis lurus yang secara tepat memotong sumbu-x dan sumbu-y pada satu titik?

Tahukah Kalian?

Instruksikan siswa untuk mencari informasi tentang matematikawan di buku siswa.

Kemudian, Guru meminta siswa untuk fokus pada prosedur membuat grafik persamaan garis lurus dengan menggunakan himpunan pasangan berurutan dan tabel. lalu tunjukkan kepada mereka contoh soal dan alternatif peyelesaiannya. Jika perlu, guru dapat menawarkan lebih banyak contoh soal sehingga siswa terampil dalam menggambar grafik dengan menggunakan himpunan pasangan berurutan.

Ayo Berkomunikasi

Ajaklah siswa untuk mendiskusikan dengan teman sebangkunya terkait dengan contoh 5.1 dan 5.2 serta pembahasannya agar dapat menjastifikasi lebih mudah yang mana diantara keduanya dengan memperhatikan tiga pertanyaan berikut:

a. Contoh soal mana yang lebih sederhana dan mudah dipahami untuk diselesaikan dalam hal menggambar persamaan garis lurus?
b. Apakah mungkin menggambar garis lurus dengan menentukan dua titik saja pada bidang koordinat, atau perlukah diketahui titik-titik lain pada bidang koordinat?
c. Adakah suatu garis lurus yang hanya melalui salah satu sumbu koordinat? Jika iya ada, seperti apa persamaannya?

Tahukah Kalian?

Ajaklah siswa untuk membahas empat pertanyaan yang berkaitan dengan empat grafik pada Gambar 5.2 dan 5.3 yang disajikan dalam buku siswa.

Kemudian, ajaklah siswa untuk memperhatikan kembali pada masalah awal tentang penurunan nilai pajak terhadap usia truk yang telah

dibahas pada awal materi ini. Berkonsentrasilah untuk membuat siswa fokus pada perpotongan garis dengan sumbu-x dan sumbu-y.

Ayo Berteknologi

Kemudian ajaklah siswa untuk melakukan kagiatan literasi digital dengan mengunjungi laman pada halaman berikut.

Persamaan Garis Lurus - Topik 1
s.id/1uhoZ

Persamaan Garis Lurus - Topik 2
s.id/1uhp5

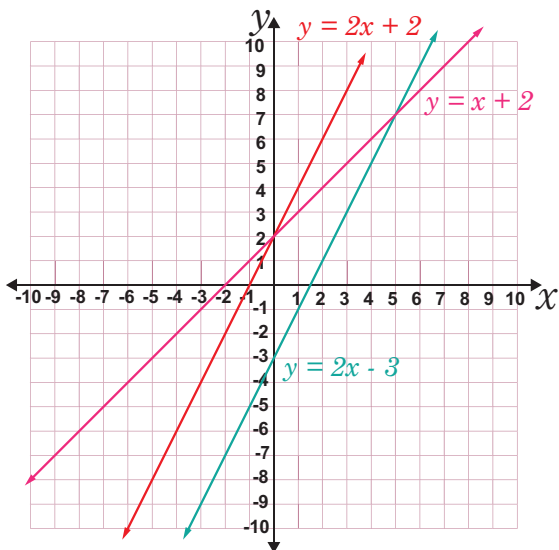
Persamaan Garis Lurus - Tes
s.id/1uhpb

Jawaban Soal Latihan 5.1

1. Alternatif jawaban
   a. $x + 2y = 0$ (*Persamaan Garis Lurus*)
   b. $x^2 + 3y = 7$ (*Bukan Persamaan Garis Lurus*)
   c. $2y + 3x = 4^2$ (*Persamaan Garis Lurus*)
   d. $\frac{y}{3x} + 3x = 9$ (*Bukan Persamaan Garis Lurus*)
   e. $\sqrt{4y} + 2x - 8 = 0$ (*Persamaan Garis Lurus*)
   f. $y^2 + x^2 = 25$ (*Bukan Persamaan Garis Lurus*)

2. “diserahkan kepada teman Guru ”

3. Alternatif jawaban

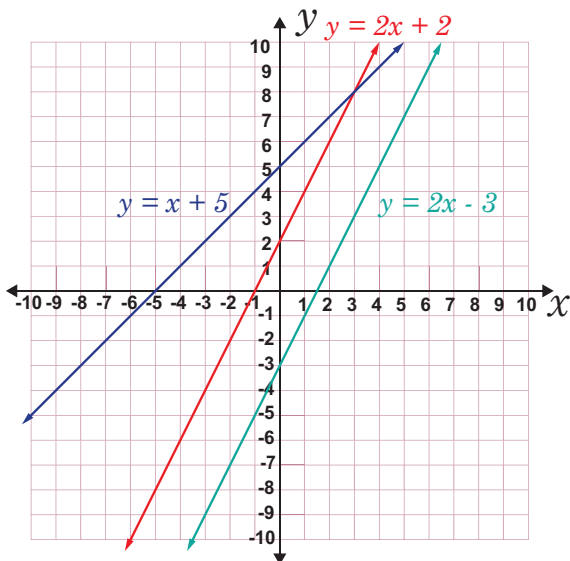
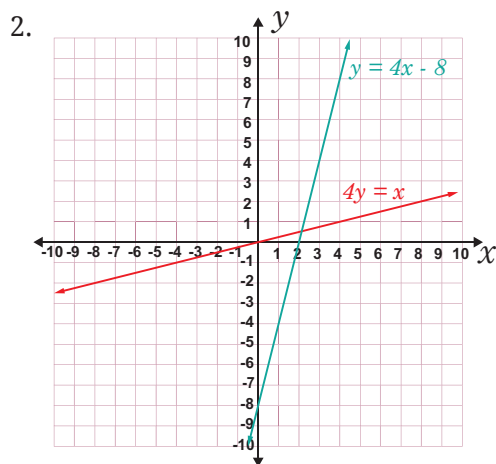
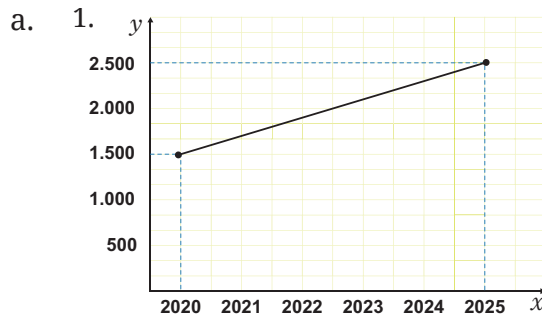
   a. Gambar Grafiknya sebagai berikut.

   “diserahkan kepada teman Guru ”

   b. Gambar Grafiknya sebagai berikut.

   “diserahkan kepada teman Guru ”

4. Alternatif jawaban

a. 1.

2.

b. $y = 200x - 402.500$

5. Alternatif Jawaban

Persamaan garis yang melalui A dan C adalah $4x - 3y + 11 = 0$

6. Alternatif jawaban

a. $4y - 3x - 15 = 0$

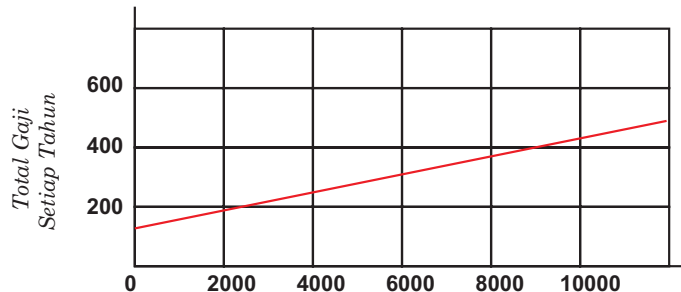
b. $x = 3$ and $y = 6$

7. "diserahkan kepada teman Guru"

8. Alternatif Jawaban

Waktu	08:00	09:00	10:00	11:00
Penisilin (mg)	300	180	108	64,8

9. “diserahkan kepada teman Guru ”

10. Alternatif Jawaban

a. Rp350.000.000,00

b. Rp250.000.000,00

c. Gaji tambahan 5% diperoleh apabila gaji tersebut minimal sebesar Rp100.000.000,00; dikarenakan grafiknya memotong pada sumbu-y saat posisi gajinya sebesar Rp100.000.000,00.

B. Pengertian Kemiringan

Perkenalkan studi tentang kemiringan garis lurus kepada siswa. Misalnya, tangga yang tersandar pada dinding rumah; bagaimana cara menempatkan anak tangga agar aman, nyaman, dan tidak berbahaya untuk dinaiki; sehingga kemiringan tangga harus ditetapkan dengan hati-hati.

Kemudian, untuk memahami persamaan garis lurus, titik yang ditempuh, kemiringan garis, dan gambar garis, Guru mengarahkan siswa untuk memperhatikan dengan cermat terhadap ke enam bentuk persamaan garis lurus pada Tabel 5.1. Apakah garis melewati pusat koordinat atau tidak, mintalah siswa memusatkan pengamatan mereka pada kemiringan garis. Membandingkan grafik dan kemiringannya.

Selanjutnya, ajaklah siswa untuk mendiskusikan beberapa pertanyaan berikut untuk membuktikan hasil pemahamannya pada kagiatan eksplorasinya:

1. Apa yang membedakan garis yang melalui pusat koordinat dengan garis yang melalui titik lain dalam sistem koordinat?
2. Pada koordinat Cartesius, mengapa beberapa garis miring ke kanan sementara yang lain miring ke kiri?
3. Bagaimana cara menentukan persamaan garis dengan kemiringan m yang melalui pusat koordinat?
4. Bagaimana persamaan garis yang melalui sembarang titik (x_1, y_1) dan bergradien m?

Ajaklah siswa untuk memperhatikan dengan cermat agar dapat memahami contoh 5.3 dan masalah serambi belakang sekolah. Ajaklah mendisuksikannya tentang serambi tersebut apa saja yang dapat siswa simpulkan dari masalah yang disajikan.

Ayo Mencoba

Agar pemahaman siswa terhadap konsep kemiringan garis lurus lebih mendalam, ajaklah siswa untuk mencoba sendiri atau mendiskusikannya dengan teman sekelompoknya terkait dengan tiga pertanyaan yang ada pada buku siswa.

Ayo Berpikir Kreatif

Segitiga siku-siku terdiri dari tiga titik: $A(a, 5), B(-2, 3), dan\ C.(3, b)$. Dapatkah kalian menemukan kemungkinan terbentuknya segitiga siku-siku dan ukuran kemiringannya dengan membuat sketsa? Jelaskan alasan kalian.

Langkah-langkah Kegiatan Berpikir Kreatif ini diserahkan sepenuhnya kepada teman Guru untuk menyusunnya sendiri, sebagai latihan. Kemudian perkirakan sendiri juga kesimpulan yang diperoleh dari kegiatan ini.

Atau jika tidak memungkinkan, jadikanlah sebagai tugas individu untuk dijadikan sebagai nilai tambahan untuk Ulangan Harian.

Ayo Berpikir Kritis

Menurut Durahman, suatu garis tidak mempunyai nilai kemiringan jika sejajar dengan sumbu y dan kemiringannya bernilai nol jika sejajar dengan sumbu x. Burhan, di sisi lain mengatakan bahwa setiap garis sejajar memiliki nilai kemiringan yang sama dan hasil kali dari dua kemiringan garis saling tegak lurus adalah -1. Setujukah kalian dengan pendapat Durahman dan Burhan? Jelaskan alasan kalian.

Petunjuk Guru untuk Kegiatan "Ayo Berfikir Kritis"

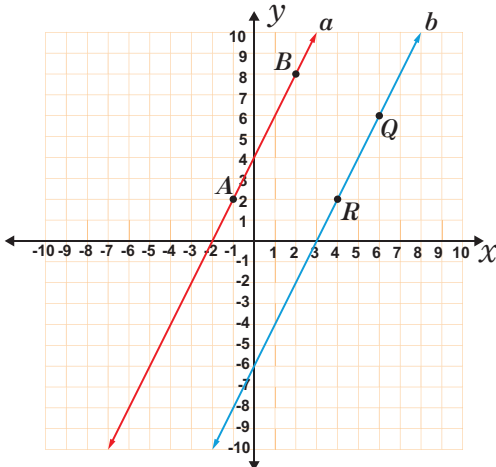
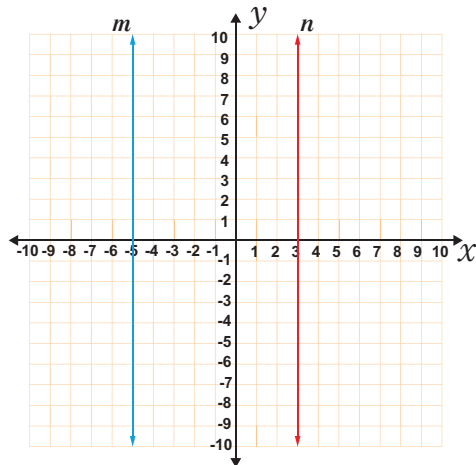
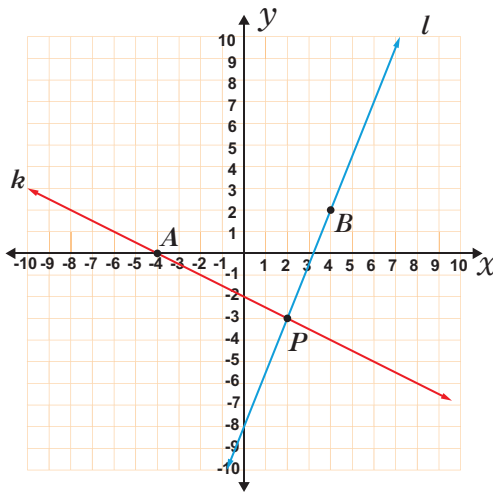
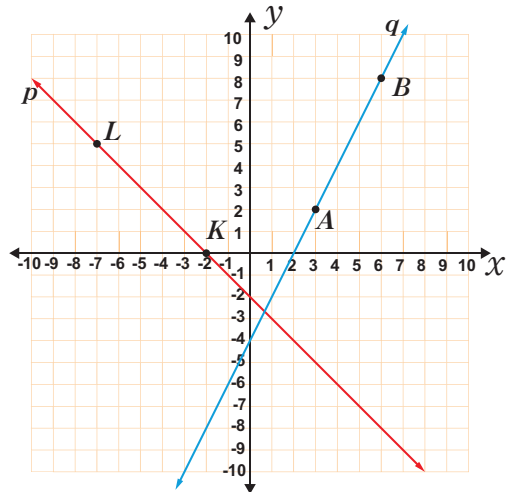
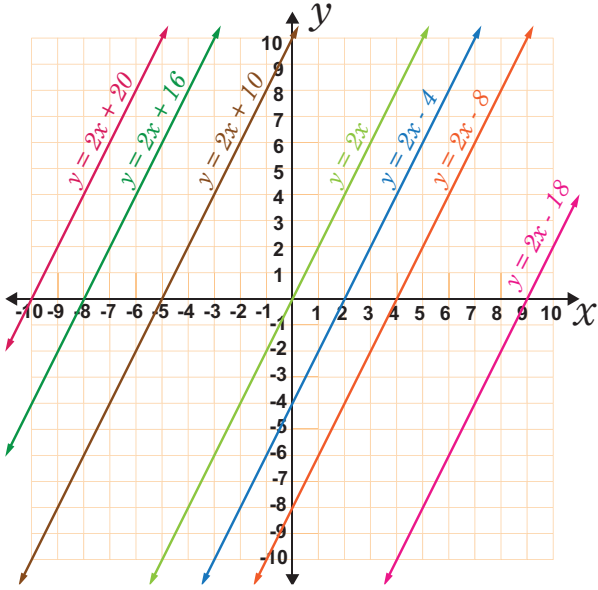
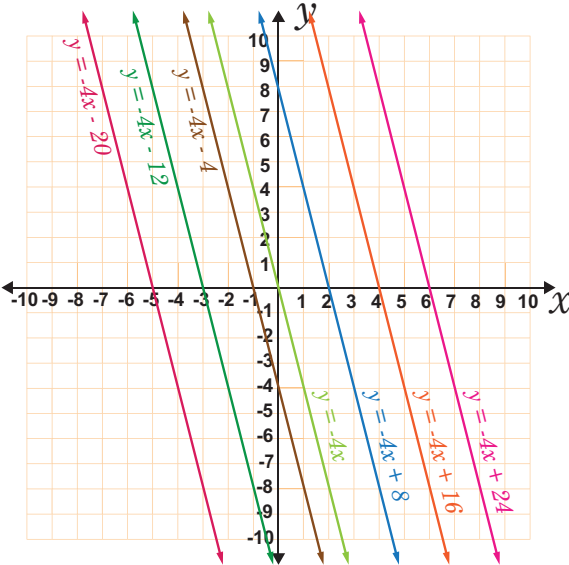
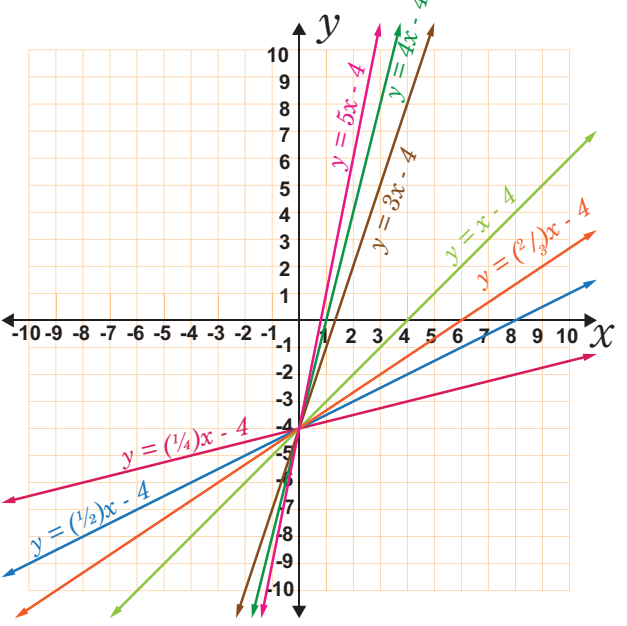
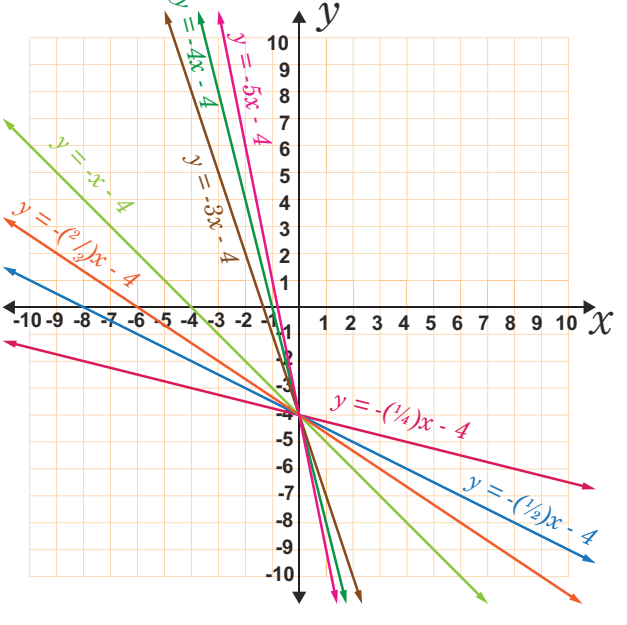
Lakukan kegiatan alternatif berikut untuk membantu siswa dalam memahami dari kedua pernyataan tersebut:

Kegiatan 1

Agar pengetahuan siswa lebih mendalam terkait kedudukan dua garis atau lebih, cobalah ajak siswa untuk melakukan kegiatan pengamatan berikut:

Mintalah siswa untuk memperhatikan keempat Gambar berikut ini

(a)

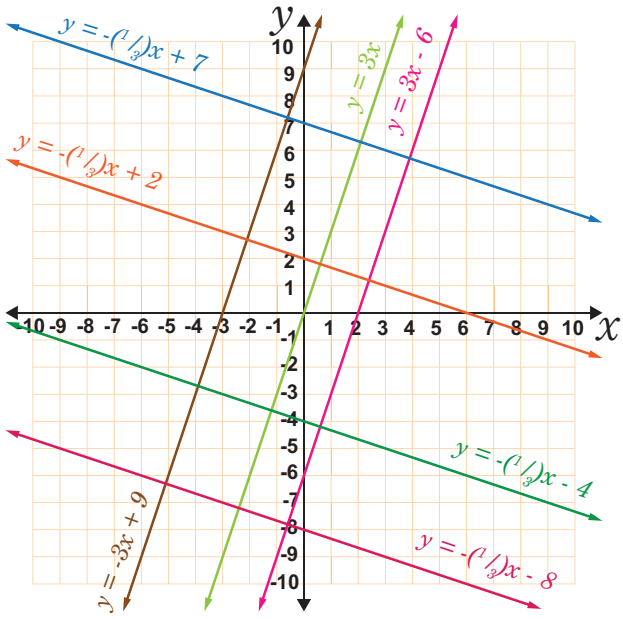
(b)

Berdasarkan keempat gambar di atas, ajaklah siswa untuk berdiskusi pertanyaan-pertanyaan berikut dengan kelompoknya.

1. Pertanyaan terhadap gambar (a).
   a. Benarkah bahwa garis a dan b adalah dua garis saling sejajar? Coba Jelaskan.
   b. Berapakah besar kemiringan dari kedua garis tersebut? Kesimpulan apa yang didapat?
2. Pertanyaan terhadap gambar (b).
   a. Benarkah bahwa garis m dan n adalah dua garis saling sejajar? Coba Jelaskan.
   b. Berapakah besar kemiringan dari kedua garis tersebut? Kesimpulan apa yang didapat?
3. Pertanyaan terhadap gambar (c).
   a. Benarkah bahwa garis k dan l adalah dua garis saling berpotongan saja ataukah saling berpotongan tegak lurus? Jelaskan.
   b. Berapakah besar kemiringan dari kedua garis tersebut? Kesimpulan apa yang didapat?

c. Coba kalikan besar kemiringan garis k dan l ? bagaimana hasil kalinya?

4. Pertanyaan terhadap gambar (d).
   a. Benarkah bahwa garis p dan q adalah dua garis saling berpotongan? Coba Jelaskan.
   b. Berapakah besar kemiringan dari kedua garis tersebut? Kesimpulan apa yang didapat?
   c. Coba kalikan besar kemiringan garis p dan q? bagaimana hasil kalinya?

5. Bagaimana dengan besar kemiringan garis a, b, dan c pada gambar (a), apakah sama?

   Bagaimana juga dengan besar kemiringan garis m dan n pada gambar (b), apakah sama?

6. Apakah besar kemiringan garis saling berpotongan pada gambar (c) dan (d) memperoleh hasil kali yang sama?

7. Buatlah rumus atau kesimpulan tentang kemiringan garis saling sejajar, garis saling berpotongan dan garis saling tegak lurus.

Kegiatan 2

Siswa harus diingatkan terkait dengan bentuk umum persamaan garis lurus, yaitu $y = mx + c$, hal ini bertujuan untuk memahami karakteristiknya. Siswa akan mempelajari karakteristik persamaan garis lurus dalam latihan pertama ini, baik yang muncul dalam persamaannya maupun sebagai perubahan nilai koefisien atau konstanta tertentu.

Tabel 5.1 Kedudukan Persamaan Garis Lurus

No.	Grafik Persamaan Garis Lurus	Keterangan
1.		1. Semua garis lurus di samping ini mempunyai nilai konstanta c tidak tetap 2. Semua garis lurus di samping ini mempunyai kemiringanm tetap, yaitu m = 2
2.		1. Semua garis lurus di samping ini mempunyai nilai konstanta c tidak tetap 2. Semua garis lurus di samping ini mempunyai kemiringanm tetap, yaitu m = –4

No.	Grafik Persamaan Garis Lurus	Keterangan
3.	$y = 5x - 4$, $y = 4x - 4$, $y = 3x - 4$, $y = x - 4$, $y = (^2/_3)x - 4$, $y = (^1/_2)x - 4$, $y = (^1/_4)x - 4$	1. Semua garis lurus di samping ini mempunyai nilai konstanta c tetap, yaitu $c = -4$ 2. Semua garis lurus di samping ini mempunyai kemiringan m <u>tidak tetap</u>
4.	$y = -4x - 4$, $y = -5x - 4$, $y = -x - 4$, $y = -3x - 4$, $y = -(^2/_3)x - 4$, $y = -(^1/_4)x - 4$, $y = -(^1/_2)x - 4$	1. Semua garis lurus di samping ini mempunyai nilai konstanta c tetap, yaitu $c = -4$ 2. Semua garis lurus di samping ini mempunyai kemiringan m <u>tidak tetap</u>

No.	Grafik Persamaan Garis Lurus	Keterangan
5.	$y = -(^1/_3)x + 7$ $y = -(^1/_3)x + 2$ $y = -(^1/_3)x - 4$ $y = -(^1/_3)x - 8$ $y = -3x + 9$ $y = 3x$ $y = 3x - 6$	1. Terdapat tiga garis lurus di samping ini mempunyai nilai konstanta c tidak tetap dan mempunyai kemiringan m tetap, yakni m = 3 2. Terdapat empat garis lurus di samping ini mempunyai nilai konsatnta c tidak tetap dan mempunyai kemiringan m tetap, yakni m = $-\frac{1}{3}$

Guru mengajak siswa untuk membuat kesimpulan berdasarkan pengamatan mereka.

Kemudian ajaklah siswa untuk melakukan kagiatan literasi digital dengan mengunjungi laman berikut.

Agar lebih jelas tentang materi gradien, coba kalian buka link berikut ini

s.id/1uhpw

Alternatif Jawaban Soal Latihan 5.2

1. Alternatif jawaban

   Kemiringan tangga tempat tidur ini adalah $\frac{50}{150} = \frac{1}{3}$

2. Alternatif jawaban

   a. Kemiringan garis gambar (i) sebesar $\frac{3}{1} = 3$ dan garis pada gambar (ii) sebesar $-\frac{1}{2}$.

   b. Karena selalu ada perbandingan antara perubahan sisi vertikal dengan perubahan sisi horizontal yang besarnya sama antara setiap dua titik pada suatu garis, maka besar kemiringan garis tetap konstan.

3. Alternatif jawaban

Persamaan Garis Lurus	Kemiringan Garis	Perpotongan Sumbu-y
$y = 12x$	12	0
$y = 3x + 2$	3	2
$y = 5x - 2$	5	-2
$y = -2x + 4$	-2	4
$y = \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}$
$x + y + 1 = 0$	-1	-1
$2y - 10x = 8$	5	4

4. “diserahkan kepada teman Guru ”

5. “diserahkan kepada teman Guru ”

6. Alternatif Jawaban

   Nilai p adalah 2

7. “diserahkan kepada teman Guru ”

8. “diserahkan kepada teman Guru ”
9. “diserahkan kepada teman Guru”
10. Alternatif Jawaban
    a. 8 cm
    b. (i) $\frac{2}{25}$; (ii) “diserahkan kepada teman Guru ”
    c. “diserahkan kepada teman Guru ”

Ayo Bereksplorasi

Persamaan garis lurus yang melalui titik (x_1, y_1) dengan kemiringan m dapat dilihat pada Tabel 5.3 (Buku Siswa). Jadi, mintalah siswa untuk memperhatikan dengan cermat pada Tabel 5.3 tersebut. Ajaklah siswa agar memfokuskan pengamatannya pada persamaan garis lurus yang berhubungan dengan bentuk lain persamaan garis lurus, seperti $y = 2x$ dengan $y - 0 = 2(x - 0)$ dan bentuk umum persamaan garis lurus, seperti $y = mx + c$ dan $y - y_1 = m. (x - x_1)$.

Rumus kemiringan, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$; digunakan untuk menghitung kemiringan garis melalui dua titik, dan siswa diharapkan dapat memahami contoh 5.4 sampai dengan contoh 5.7 dan alternatif penyelesesaiannya.

Ayo Berpikir Kritis

Perhatikan dengan cermat dan pertimbangkan alternatif penyelesaian dari contoh 5.4, 5.5, 5.6, dan 5.7.

1. Titik mana sajakah yang menentukan di mana suatu garis lurus melalui titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) menghasilkan kemiringan positif?
2. Titik mana sajakah yang menentukan di mana suatu garis lurus melalui titik(x_1, y_1) dan (x_2, y_2) menghasilkan kemiringan negatif?
3. Apakah suatu garis tertentu dapat memiliki lebih dari satu nilai kemiringan? Jelaskan.

Berikut Alternatif Jawaban "Ayo Berfikir Kritis" yang Bernilai Benar.

Apabila memungkinkan, kegiatan ini dapat diselesaikan secara mendiri oleh siswa. Adapun alternatif jawaban dari kasus ini adalah jika suatu garis lurus melalui dua titik tertentu, maka kedua titik tersebut yang dapat menentukan besar kemiringan garis yang bernilai positif atau bernilai negatif. Misalkan kedua titik tersebut adalah (x_1, y_1) dan (x_2, y_2); maka persamaan garisnya adalah $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$; sehingga persamaan garis lurus ini hanya memiliki satu kemiringan saja.

Ayo Berpikir Kreatif

Pada kegiatan sebelumnya, kalian telah berhasil menemukan cara tertentu pada bentuk persamaan garis lurus yang melalui titik (x_1, y_1) dengan kemiringan m.

Oleh karena itu, coba kalian perhatikan dengan cermat pada kasus-kasus berikut, bagaimana cara menentukan kemiringan m pada suatu garis.

Kasus 1. kemiringan garis yang melalui dua titik.

Kasus 2. kemiringan garis yang saling sejajar terhadap satu garis tertentu.

Kasus 3. kemiringan garis yang saling tegak lurus terhadap satu garis tertentu.

Tuliskan hasil kerja kalian sejelas mungkin sehingga teman kalian akan mudah membacanya. Pamerkan hasil karya kalian untuk mendapatkan umpan balik dari teman-teman kalian.

Langkah-langkah Kegiatan Berpikir Kreatif ini diserahkan sepenuhnya kepada teman Guru untuk menyusunnya sendiri, sebagai latihan. Kemudian perkirakan sendiri juga kesimpulan yang diperoleh dari kegiatan ini.

Atau jika tidak memungkinkan, jadikanlah sebagai tugas individu untuk dijadikan sebagai nilai tambahan untuk Ulangan Harian.

Kemudian ajaklah siswa untuk melakukan kagiatan literasi digital dengan mengunjungi laman berikut.

Agar lebih jelas tentang materi Persamaan Garis Lurus Melalui Gradien dan Satu Titik, coba kalian buka link berikut ini.

https://s.id/1uhpX

Siswa diminta untuk memperhatikan dengan cermat contoh 5.8 dan penyelesaiannya, kemudian diminta untuk mengisi Tabel 5.4 dengan berdiskusi beserta kelompok belajaranya.

No.	Kemiringan (m)	Titik A	Titik B	Persamaan Garis Lurus	Bentuk Lain Persamaan Garis Lurus
1	0	$(1, 2)$	$(3, 2)$	$y = 2$	...
2	*tidak terdefinisi*	$(-1, 3)$	$(-1, -1)$	$x = -1$	...
3	1	$(2, 5)$	$(6, 9)$	$y = x + 3$	$\frac{y-5}{9-5} = \frac{x-2}{6-2}$
4	$-\frac{1}{2}$	$(4, 3)$	$(16, -3)$	$2y = -x + 10$	$\frac{y-3}{-3-3} = \frac{x-4}{16-4}$
5	$-\frac{3}{4}$	$(0, 3)$	$(4, 0)$	$3x + 4y = 12$	$\frac{y-0}{3-0} = \frac{x-4}{0-4}$

No.	Kemiringan (m)	Titik A	Titik B	Persamaan Garis Lurus	Bentuk Lain Persamaan Garis Lurus
6	-3	$(2,-4)$	$(-1,1)$	$y=-3x-2$	$\frac{y-(-4)}{1-(-4)}=\frac{x-2}{-1-2}$
7	$\frac{4}{3}$	$(1,2)$	$(-2,-2)$	$3y=4x+2$	$\frac{y-2}{-2-2}=\frac{x-1}{-2-1}$
8	-2	$(-2,2)$	$(1,0)$	$y=-2x-2$	$\frac{y-2}{0-2}=\frac{x-(-2)}{1-(-2)}$
9	5	$(3,11)$	$(0,-4)$	$5x-y-4=0$	$\frac{y-11}{(-4)-11}=\frac{x-3}{0-3}$
10	4	$(-1,9)$	$(-2,5)$	$4x-y+13=0$	$\frac{y-9}{5-9}=\frac{x-(-1)}{-2-(-1)}$
11	2	$(2,-3)$	$(3,-7)$	$2x-y-7=0$	$\frac{y-(-3)}{-7-(-3)}=\frac{x-2}{3-2}$
12	$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$	(x_1, y_1)	(x_2, y_2)	$y-y1=m(x-x1)$ atau $-y2=m(x-x2)$	$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$

Persamaan garis nomor 1 dan persamaan garis nomor 2, berturut-turut merupakan garis saling sejajar dengan sumbu-x dan garis saling sejajar dengan sumbu-y.

Ayo Berkomunikasi

Ketika koordinat dua titik yang dilalui garis diketahui, maka akan didapat suatu persamaan garis lurus tertentu. Lakukan yang terbaik untuk mendapatkan persamaan garis yang melalui $(1,-5)$ dan $(-2,4)$.

Berikut adalah tiga pendekatan berbeda untuk memecahkan masalah ini. Pilihlah, manakah dari ketiga alternatif jawaban berikut yang paling mudah menurut kalian? Mengapa? Apa yang harus dipertimbangkan dalam mengomunikasikan yang baik?

Penyelesaian Pertama

Pendekatannya dengan cara menggunakan rumus: $\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$

Substitusi titik $(1,-5)$ dan $(-2,4)$ ke Persamaan rumusnya

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$
$$\frac{y-(-5)}{4-(-5)}=\frac{x-1}{(-2)-1}$$
$$\frac{y+5}{9}=\frac{x-1}{-3}$$
$$-3(y+5)=9(x-1)$$
$$-(y+5)=3(x-1)$$
$$-y-5=3x-3$$
$$-y=3x-3+5$$
$$-y=3x+2$$
$$y=-3x-2$$

Jadi, persamaan garis yang melaui titik $(1,-5)$ dan $(-2,4)$
adalah $y=-3x-2$

Penyelesaian Kedua

Pendekatan kedua dengan menggunakan rumus kemiringan garis lurus, yakni:

$$\text{Kemiringan garis } =\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$
$$=\frac{4-(-5)}{-2-1}$$
$$=-3$$

Bentuk umum persamaan garis, yaitu $y=mx+c$, dan $(-2,4)$

sehingga didapat sebagai berikut:

$y=mx+c$

$4=-3(-2)+c$

$c=-2$

Jadi, persamaan garis yang melaui titik (1,-5) dan (-2,4)
adalah $y=-3x-2$

Catatan: Hasil yang sama jika $(1,-5)$ digunakan untuk menentukan nilai c

Penyelesaian Ketiga

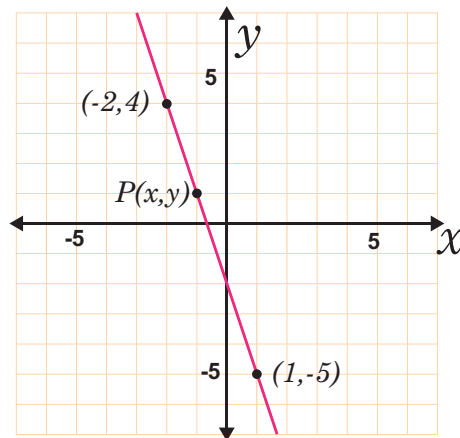
Pendekatan ketiga ini, yaitu menghitung kemiringan garis yang dimaksud dengan membandingkan dua bentuk aljabar.

$P(x,y)$ dapat berupa sembarang titik pada garis. Akibatnya, kemiringan garis melalui titik $(-2,4)$ dan $P(x,y)$ adalah: $m=\dfrac{y-4}{x-(-2)}=\dfrac{y-4}{x+2}$

Sehingga, kemiringan garis lurus yang melalui titik (1,-5) dan (-2,4) adalah $m=\dfrac{4-(-5)}{-2-1}=-3$

Dikarenakan nilai kemiringannya sama, maka didapat sebagai berikut:

$$\frac{y-4}{x+2}=-3$$

$$\begin{aligned} y-4&=-3(x+2) && \textit{kalikan kedua ruas oleh } x+2 \\ y-4&=-3x-6 && \textit{sederhanakan} \\ y&=-3x-2 && \textit{tambahkan kedua ruas oleh } 4 \end{aligned}$$

Gambar 5.2 Grafik persamaan $y=-3x-2$

Jadi, persamaan garis yang dimaksud adalah $y=-3x-2$

Petunjuk Guru untuk Kegiatan "Ayo Berkomunikasi"

1. Ajaklah siswa untuk memahami ketiga jawaban siswa tersebut. Apabila diperlukan bahaslah secara klasikal dengan menuliskan dipapan tulis atau ditampilan dilayar LCD dari ketiga jawaban siswa tersebut. Berikan kesempatan kepada siswa untuk memutuskan, beserta justifikasinya, pilihan mana yang merupakan jawaban terbaik menurut pendapat mereka.
2. Instruksikan kepada siswa untuk saling berpasangan dengan teman sebelahnya, kemudian ajaklah siswa untuk saling berdiskusi.
3. Berilah tugas berupa soal yang senada kepada siswa untuk didiskusikan jawabannya dengan kelompok mareka masing-masing (berilah jawaban yang komunikatif).
4. Tukarkan hasil jawaban soal tersebut (soal yang ditugaskan) dengan kelompok lain, kemudian berilah argumennya (apakah semua anggota kelompok memahami jawaban dari kelompok lain?). kemudian, instruksikan kepada siswa untuk menuliskan kesimpulan dari hasil kegiatan ini

Kemudian ajaklah siswa untuk melakukan kagiatan literasi digital dengan mengunjungi laman berikut.

Agar lebih jelas tentang materi Persamaan garis lurus yang melalui dua titik, coba kalian lakukan kegiatan berikut ini untuk memperdalam pengetahuan kalian.

Coba pelajari tentang materi Persamaan Garis Lurus Melalui Dua Titik melalui video di Youtube, coba dengan kata pencarian "Persamaan Garis Lurus Melalui Dua Titik".

Alternatif Jawaban Soal Latihan 5.3

1. Alternatif jawaban
   a. $x + y - 2 = 0$
   b. $x + y - 5 = 0$
   c. “diserahkan kepada teman Guru ”
   d. “diserahkan kepada teman Guru ”
   e. $x + y - 5 = 0$
   f. $3x + y - 21 = 0$
   g. “diserahkan kepada teman Guru ”
   h. “diserahkan kepada teman Guru ”

2. Alternatif jawaban
   a. Persamaan garis l_1 adalah $2x - 5y + 14 = 0$.
   b. (i) Garis l_2 adalah $2x - y - 2 = 0$.
      (ii) Titik D adalah $(0, -2)$

3. “diserahkan kepada teman Guru ”.

4. Alternatif jawaban.
   a. Besar kemiringan garis tersebut adalah $\frac{224}{35} = \frac{32}{5}$.
   b. Laki-laki di atas usia 20 tahun yang bekerja meningkat menjadi 112 setiap 13 tahun.

5. Alternatif Jawaban
   Kemiringan garisnya adalah 2.

6. “diserahkan kepada teman Guru ”

7. Alternatif jawaban
   Persamaan garis yang tegak lurus dengan garis AB dan melalui titik C adalah $x + 2y - 3 = 0$

8. “diserahkan kepada teman Guru ”

9. Alternatif jawaban

Diketahui Garis l dan $m = -\frac{3}{4}$, m melalui $B(12,-1)$ titik , sehingga $a = 12$ dan $b = -1$

Dicari terlebih dulu persamaan garis l, sebagai berikut.

$y - b = m(x - a)$

sehingga $m = -\frac{3}{4}, a = 12$ dan $b = -1$

$$\begin{aligned} y - b &= m(x - a) \\ y - (-1) &= -\frac{3}{4}(x - 12) \\ y + 1 &= -\frac{3}{4}x + 9 \\ y &= -\frac{3}{4}x + 8 \end{aligned}$$

$3x + 4y - 32 = 0$

Jarak antara titik yang memiliki koordinat $A(1,1)$ dengan garis lurus $3x + 4y - 32 = 0$, adalah sebagai berikut.

$$Jarak = \frac{|3(1) + 4(1) - 32|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-25|}{\sqrt{25}} = \frac{25}{5} = 5$$

Jadi, Jarak antara titik A dan garis l adalah 5 satuan panjang

10. “diserahkan kepada teman Guru ”

Projek Bab 5

1. Siapkan komputer, printer, dan salah satu program berikut: Fx Draw, Mapple, Mathematica, GeoGebra, atau Mathlab untuk membuat grafik persamaan garis lurus.
2. Beri siswa tugas memanfaatkan sofware tersebut untuk mencetak hasil gambar grafis dan menawarkan umpan balik.

Berikan inspirasi kepada siswa yang tertarik dengan salah satu karya tentang salah satu aplikasi komputer ini sehingga mereka ingin dengan antusias mengajari rekan-rekan mereka dalam menggunakan perangkat lunak.

Refleksi

Guru mengajak siswa melaksanakan refleksi materi persamaan garis lurus. Ajaklah siswa untuk menuliskan beberpa hal penting yang telah didapat oleh siswa dari belajar materi persamaan garis lurus, berikut daftar pertanyaannya.

a. Apa maknanya dari kemiringan garis lurus?

b. Apabila diketahui suatu garis lurus melalui dua titik koordinat tertentu, bagaimana cara kalian menentukan persamaan garis lurus tersebut?

c. Apabila diketahui suatu garis lurus dilalui oleh suatu titik koordinat dengan nilai kemiringan tertentu, bagaimana cara kalian menentukan persamaan garis lurus tersebut?.

d. Apa sajakah syarat dari dua garis yang salaing sejajar, berpotongan, dan tegak lurus?

Penguatan Karakter

Langkah-langkah dalam menyelesaikan persamaan garis lurus membutuhkan proses penyelesaian yang sesuai dengan kode etik matematika dan butuh ketelitian dalam menguraikannya, sehingga strategi yang digunakan tepat dan benar sesuai dengan yang diinginkan. Apabila hal ini dikaitkan dalam kehidupan nyata, maka bisa dianalogikan dengan ketaatan pada prinsip. Apabila menjadi warga negara Indonesia jangan mudah menuntut, kalau kewajibannya belum dipenuhi. Jadilah warga negara yang patuh pada kewajiban. Apabila ada masalah temukan solusinya dengan gigih, bila belum ditemukan sekarang bisa nanti. Jangan putus asa dalam menghadapi masalah. Dalam proses menyelesaikan masalah, kita harus bersungguh-sunguh dan patuh terhadap aturan bangsa dan negara.

Alternatif Jawaban Uji Kompetensi Bab 5

A. Alternatif Jawaban untuk Pilihan Ganda

1. c
2. a
3. b
4. d

   Alternatif Pembahasan

   Titik yang dilalui (–2, 4) dan $m_1 = \frac{1}{3}$

   $$g1 \ \ g2 \ \ m_1 \times m_2 = -1$$
   $$\times m_2 = -1$$
   $$m_2 = -3$$

   Sehingga

   $$y - y_1 = m_2(x - x_1) \ \ y - 4 = -3[x - (-2)]$$
   $$y - 4 = -3(x + 2)$$
   $$y - 4 = -3x - 6$$
   $$y = -3x - 6 + 4$$
   $$y = -3x - 2$$

5. c

B. Alternatif Jawaban untuk Soal Uraian

6. Alternatif Jawaban

   a. (i) $y = x - 3$, kemiringan $= 1$, titik potong sumbu y $(0, -3)$ pada gambar (iv)

   b. (ii) $y = 3x - 2$, kemiringan $= 3$, titik potong sumbu y $(0, -2)$ pada gambar (iii)

   c. (iii) $2y - x = 4$, kemiringan = $\frac{1}{2}$, titik potong sumbu y $(0, 2)$ pada gambar (ii)

d. (iv) $2x+y-3=0$, kemiringan $=2$, titik potong sumbu y $(0, 3)$ pada gambar (i)

7. a. Besar laju perubahan persentasenya adalah 26%

   b. Pada tahun 2024

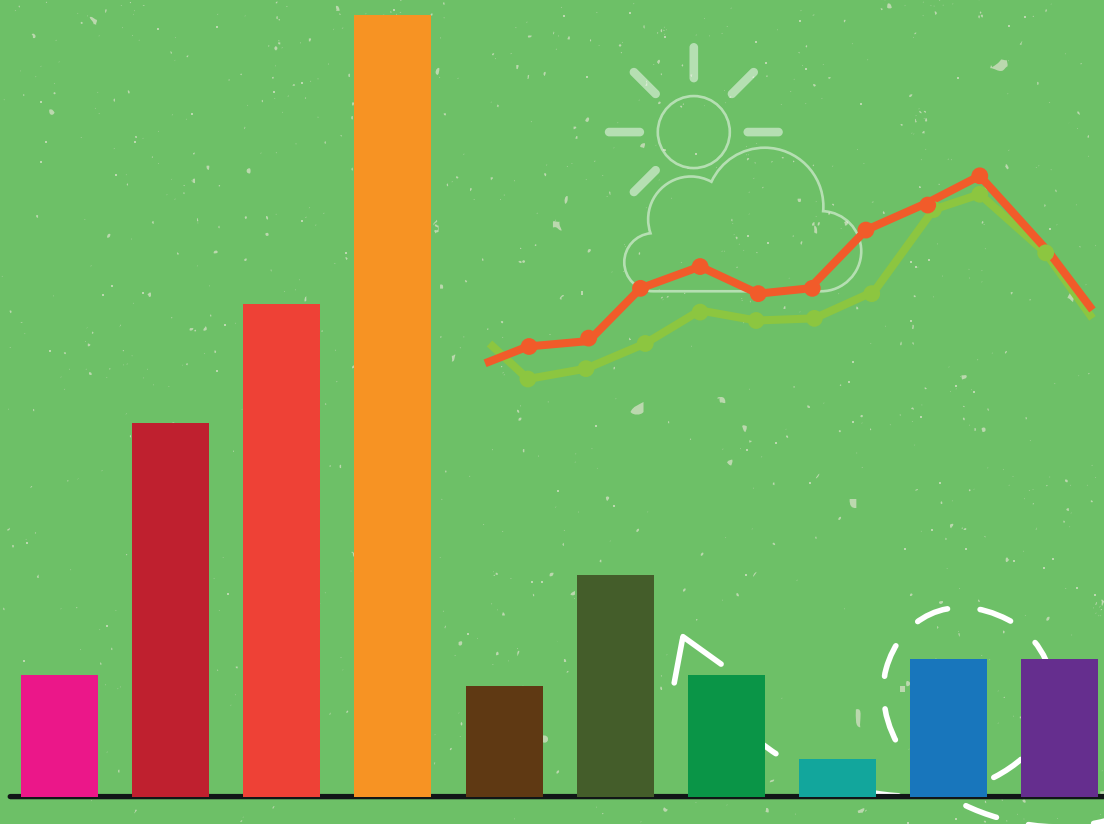
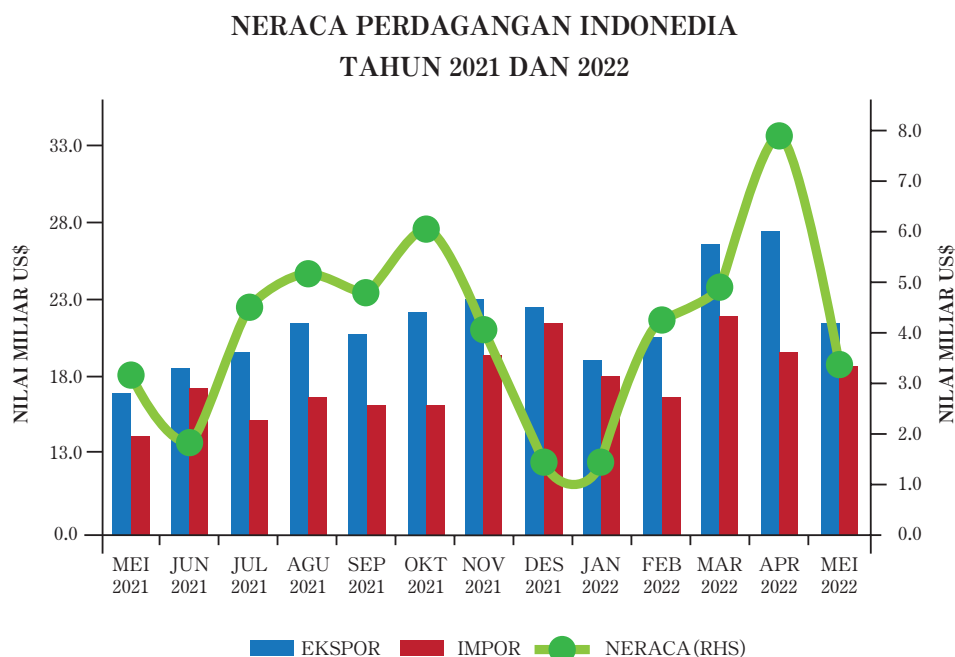
   c. Iya, karena grafiknya berupa garis lurus dengan kemiringan tetap.

8. “diserahkan kepada teman Guru ”

9. “diserahkan kepada teman Guru ”

10. a. Nilai $k=1$

    a. (i) Koordinat titik P adalah $(8, 0)$

    (ii) Persamaan garis yang melalui P dan titik $(0, 4)$ adalah $x+2y-8=0$

Pengantar bab

Gambar 6.1 Neraca Perdagangan Indonesia Tahun 2021 dan 2022

Sumber: httpssatudata.kemendag.go.id

Statistika banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari, misalnya dalam bidang ekonomi, perindustrian, keuangan, kesehatan, perdagangan, dan bidang lainnya. Dalam bidang perdagangan, data tentang ekspor, impor, dan neraca akan lebih mudah terbaca jika disajikan dalam bentuk tabel dan diagram. Setelah kalian mempelajari penyajian data dalam berbagai diagram, pada Bab ini, kalian akan mempelajari pengukuran data yang meliputi ukuran pemusatan dan ukuran penyebaran dari suatu data.

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari Bab ini diharapkan kalian dapat:

√ Menentukan ukuran pemusatan data (modus, median, dan rata-rata)

√ Menentukan ukuran penyebaran data (jangkauan, kuartil, dan simpangan kuartil)

√ Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan ukuran pemusatan

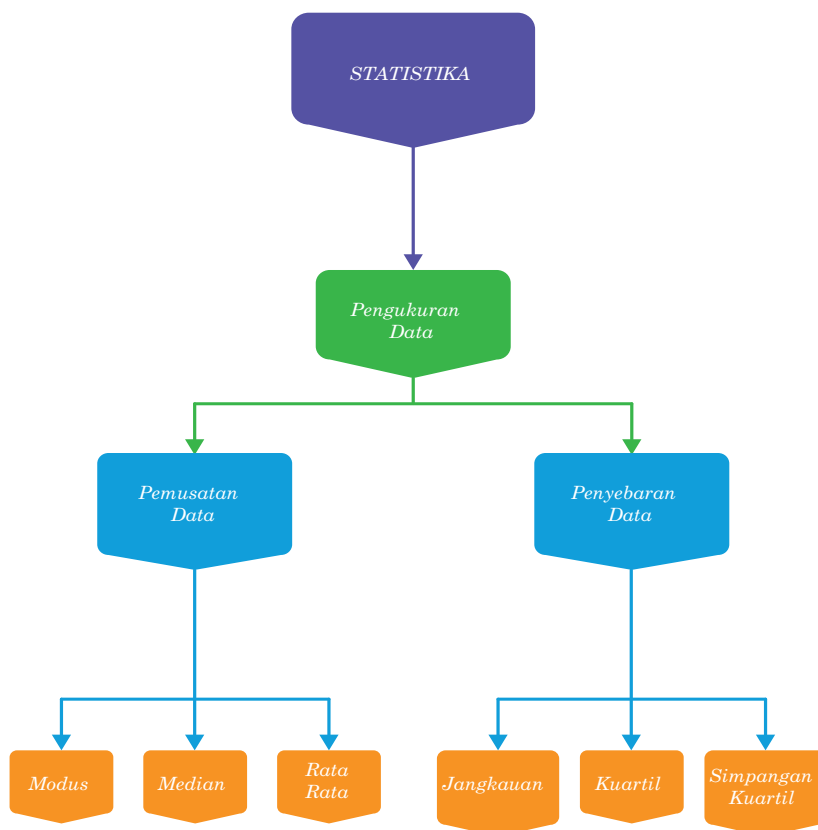
√ Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan ukuran penyebaran

Pertanyaan Pemantik

- Bagaimana menentukan modus dari suatu data
- Bagaimana menentukan median dari suatu data
- Bagaimana menentukan rata-rata dari suatu data
- Bagaimana menentukan jangkauan dari suatu data
- Bagaimana menentukan kuartil dan simpangan kuartil dari suatu data

Kata Kunci

- Modus
- Median
- Rata-rata
- Jangkauan
- Kuartil

Peta Konsep

Gambaran umum Pembelajaran

Dalam Bab ini bertujuan mengembangkan kemampuan siswa untuk memahami dan bernalar materi ukuran pemusatan yang terdiri dari nilai modus, median, dan rata-rata. Kemudian ukuran penyebaran yang terdiri dari jangkauan, kuartil, dan simpangan kuartil.

Pada Bagian A dipaparkan tentang pemusatan data. Menentukan nilai modus dari data tunggal dan kelompok dari tabel maupun dari grafik, menetukan median dari data tunggal dari tabel maupun grafik, dan menetukan rata-rata data tunggal dari tabel maupun grafik. Pada bagian B dipaparkan tentang penyebaran data yang terdiri dari jangkaunan, kuartil, dan simpangan kuartil

Skema Pembelajaran

Sub Bab	Waktu	Tujuan	Materi Pokok	Kosa Kata	Metode Dan Aktifitas
Pemusatan Data	8 jp	• Menentukan pemusatan data dengan Modus • Menentukan pemusatan data dengan Median • Menentukan pemusatan data dengan rata-rata • Menyelesaikan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan pemusatan data	• Pengertian modus • Modus dari data tunggal • Modus dari data berkelompok • Median dari data tunggal • Median dari data berkelompok • Rata-rata dari data tunggal • Rata-rata dari data terkelompok	Data tunggal, data berkelompok, Modus, median, rata-rata, diagram	• Tanya jawab • Diskusi • Penemuan terbimbing • Eksplorasi
Penyebaran Data	6 jp	• Menetukan jangkauan dari suatu data • Menetukan kuartil dari suatu data • Menentuka n simpangan kuartil dari suatu data • Menyelesaikan permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan penyebaran data	• Jangkauan dari suatu data • Kuartil dari suatu data • Simpangan kuartil dari suatu data • Permasalahan kontekstual yang berkaitan dengan penyebaran data	Bilangan bentuk akar, penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian bentuk akar, merasionalkan penyebut	• Tanya jawab • Diskusi • Penemuan terbimbing • Eksplorasi

Panduan Pembelajaran

Sebelum memulai pelajaran materi materi statistika, guru diharapkan dapat menjelaskan pengalaman belajar yang akan didapat siswa setelah mempelajari bab ini. Setelah mempelajari bab ini, siswa dapat:

1. Menentukan nilai rata-rata dari suatu data
2. Menentukan modus dari suatu data
3. Menentukan median dari suatu data
4. Menentukan jangkauan, kuartil dan simpangan kuartil dari suatu data
5. Menyelesaikan permasalah sehari-hari yang berkaitan dengan statistika

Kebutuhan Srana dan Media Pembelajaran

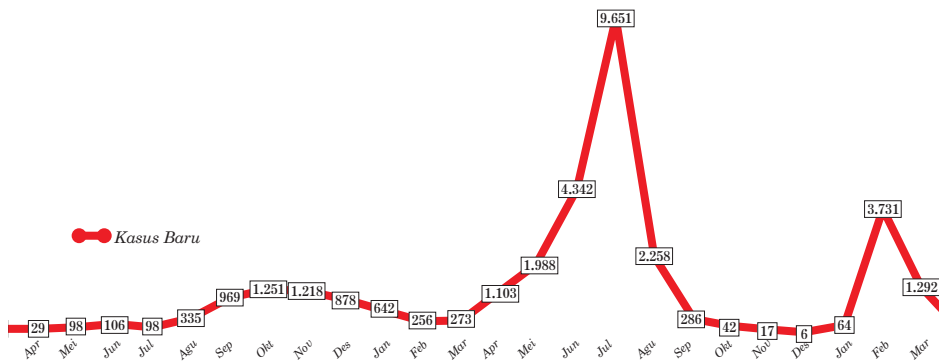
- Pelatan tulis
- Akses Internet

Apersepsi

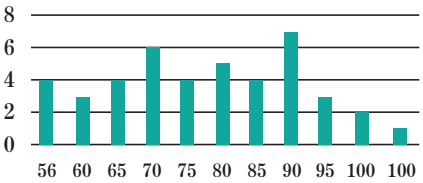
Sebelum mempelajari materi ini, sebaiknya guru menggali pengetahuan awal siswa tentang diagram batang, diagram garis dan diagram lingkaran. Pada Bab ini akan dipelajari pemusatan data dan penyebaran Data . Pemusatan Data meliputi modus, median, dan rata-rata. Penyebaran data meliputi jangkauan, kuartil, dan simpangan kuartil.

A. Pemusatan Data

Siswa diingatkan kembali tentang penyajian data dalam diagram garis, diagram batang, diagram lingkaran. Siswa diberi pemahaman tentang ukuran pemusatan data dan penyebaran data. Dengan diskusi dan Tanya jawab, dibahas tentang makna pemusatan data dari sekumpulan data. Selanjutnya siswa diminta untuk mencoba menggali informasi tentang apa sebenarnya ukuran pemusatan itu? Kenapa ukuran Pemusatan menggunakan modus, kemudian median, dan rata-rata. Ukuran Pemusatan adalah nilai yang mewakili dari kumpulan data terurut yang dapat memberikan gambaran pusat distribusi data. Ukuran pemusatan dapat ditentukan dengan menggunakan modus, median, dan rata-rata. Awalnya ukuran pemusatan dengan modus, namun melihat letak dari suatu data, bagaimana dan di mana data tersebut akan mengumpul bila data tersebut diletakkan dalam satu garis bilangan. Pengukuran data meliputi Modus, Median, dan Rata-rata. Penyajian data dalam bentuk diagram akan mempermudah dalam membaca data dari pada data disajikan dalam bentuk tabel. Selanjutnya siswa diajak untuk memahami modus, median, dan rata-rata dari suatu data dalam bentuk diagram.

TEMUAN KASUS POSITIF COVID−19 BULANAN

Gambar 6.2 Data temuan kasus positif Covid-19 bulanan

Sumber https://covid19.go.id

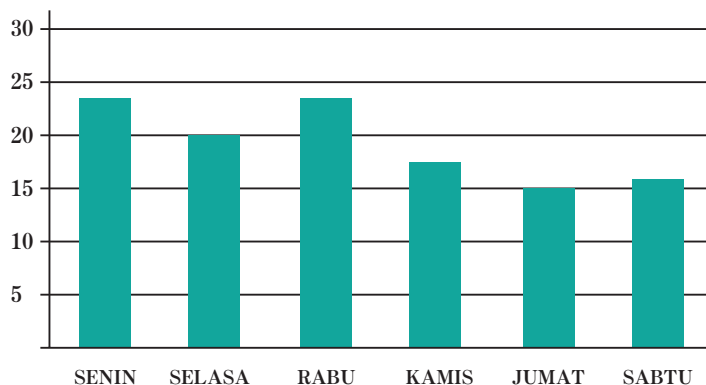
1. Modus

Siswa diminta untuk memperhatikan gambar 6.2. Dalam grafik tersebut dipaparkan data kasus Covid-19 di salah satu Provinsi di Indonesia mulai bulan Maret 2020 sampai April 2022. Guru dapat memberikan pertanyaan-pertanyaan kepada siswa terkait grafik, misalnya pada bulan apa menunjukkan data tertinggi, data terendah, kenaikan tertinggi dan penurunan terendah dan seterusnya. Dari tabel tersebut terlihat jelas bahwa data terendah pada bulan Maret 2020 dan data tertinggi pada bulan Juli 2021 sebesar 9651 kasus.

Ayo Berkomunikasi

Untuk memehami data tertinggi atau terbanyak dari kumpulan data, siswa diminta untuk berdiskusi dengan teman sebangku agar dapat melengkapi tabel berikut.

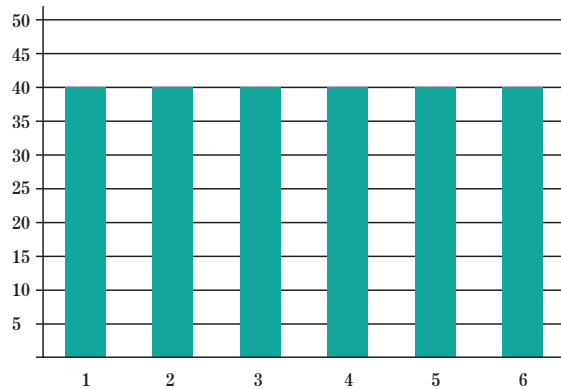
<table>
<tr><th>Data</th><th>Data yang paling sering muncul</th><th>Modus</th></tr>
<tr><td>Nilai ulangan matematika siswa kelas 8 adalah
74, 58, 69, 74, 86, 82, 90, 74, 86, 97, 90, 86</td><td>86</td><td>86</td></tr>
<tr><td>Tinggi badan siswa siswa kelas 8 adalah
159, 150, 161, 157, 159, 156, 150, 152, 149, 168, 147, 159</td><td>159</td><td>159</td></tr>
<tr><td>Data ukuran sepatu siswa kelas 8 ditunjukkan dalam tabel berikut
<table>
<tr><th>Ukuran Sepatu</th><th>Frekuensi</th></tr>
<tr><td>36</td><td>2</td></tr>
<tr><td>37</td><td>4</td></tr>
<tr><td>38</td><td>8</td></tr>
<tr><td>39</td><td>12</td></tr>
<tr><td>40</td><td>8</td></tr>
<tr><td>41</td><td>5</td></tr>
<tr><td>42</td><td>1</td></tr>
</table>
</td><td>39</td><td>39</td></tr>
</table>

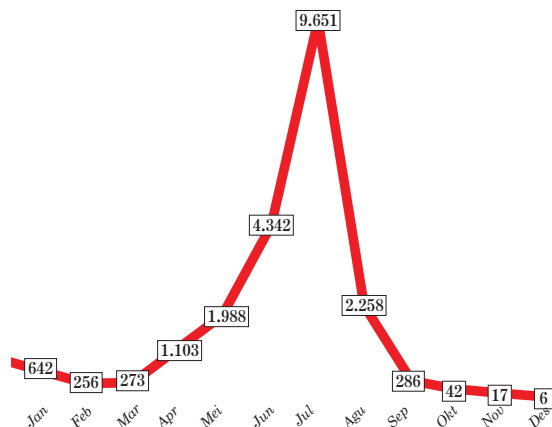
Data	Data yang paling sering muncul	Modus
Nilai ulangan matematika siswa kelas 8 ditunjukkan dalam tabel berikut Nilai Matematika 8 6 4 2 0 56 60 65 70 75 80 85 90 95 100 100	90	90

Setelah siswa selesai melengkapi tabel, siswa diminta untuk menyimpulkan modus dari kumpulan data. Modus adalah data yang sering muncul/ paling banyak muncul dalam kumpulan data. Selanjutnya siswa diminta untuk mencermati digram batang yang menunjukkan ada dua data yang sama yang sering muncul. Siswa diminta untuk menemukan modus dari diagram batang berikut ini.

Dari data tersebut dapat diperoleh bahwa data yang sering muncul yaitu pada hari Senin dan Rabu masing-masing sebanyak 24

Dengan demikian modus dari diagram batang tersebut adalah Senin dan Rabu

Kesimpulannya adalah Modus tidak hanya tunggal, bisa dua, bisa tiga dan seterusnya, namun jika semua data memiliki nilai yang sama maka modusnya tidak ada, dan bukan semua nilai data menjadi modus

Selanjutnya siswa diminta untuk memperhatikan diagram batang berikut. Diagram berikut menunjukkan ukuran sepatu dari 6 siswa kelas 8 di sebuah SMP dan semua data menunjukkan ukuran yang sama.

Pada diagram batang tersebut terlihat bahwa semua ukuran sepatu 6 siswa memiliki ukuran yang sama yaitu ukuran 40. Siswa diminta untuk menentukan modus dari diagram batang tersebut, yaitu tidak memiliki modus, karena semua data sama banyak, yaitu 40. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa ada kumpulan data semua sama maka tidak memiliki modus.

Selanjutnya siswa diminta untuk mencermati kembali Gambar 6.3 untuk Kasus Covid-19 tahun 2021 saja.

Gambar 6.3 Kumulatif Kasus Covid19 tahun 2021

Dari Gambar 6.3 terlihat bahwa Kasus Covid-19 untuk tahun 2021 dapat ditulis dalam tabel sebagai berikut.

Bulan	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Banyak kasus Covid-19	642	256	273	1.103	1.938	4.342	9.651	2.258	286	42	17	6

Modus dari data tersebut adalah bulan Juli 2021 sebesar 9651. Jika bulan Juli tidak masuk dalam perhitungan Modus , maka modusnya akan berubah pada bulan Juni. Modus dari kumpulan data ini kurang menggambarkan pemusatan data karena sebagian besar data nilainya relatif kecil, sementara yang besar hanya beberapa termasuk modus, dan perbedaan antara data yang nilai kecil dengan data yang nilainya besar sangat jauh.

Ayo Berpikir Kritis

Berdasarkan beberapa diagram batang dan uraian tersebut, apa yang dapat kalian simpulkan dari pemusatan data dengan menggunakan modus?

1. Modus dari kumpulan data bisa hanya satu, dua, tiga dan seterusnya
2. Kumpulan data ada yang tidak memiliki modus, ketika semua data sama banyaknya
3. Jika ada kumpulan data yang nilainya sangat kecil dan hanya ada satu atau beberapa data yang nilainya besar, maka modus dari kumpulan data kurang tepat untuk menggambarkan pemusatan data karena tidak menggambarkan nilai dari keseluruhan data

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa ukuran pemusatan dengan menggunakan modus masih kurang tepat.

Kelebihan dari Modus adalah mudah dalam menentukan, karena tinggal memilih data yang paling besar atau paling banyak muncul dari kumpulan data yang ada

Kelemahan dari Modus adalah tidak bisa memberikan gambaran yang menyeluruh untuk mewakili dari sekumpulan data jika data yang ada sangat heterogen (modusnya besar, sementara data yang lainnya sangat kecil), Modus kumpulan data bisa tidak ada, bisa satu, bisa dua dan seterusnya.

Oleh karena Modus memiliki kelemahan dan kurang tepat dalam menetukan ukuran pemusatan data, maka sekarang siswa diajak untuk mempelajari median sebagai ukuran pemusatan data.

2. Median

Siswa diminta untuk bereksplorasi tentang median dari data yang jumlahnya ganjil dan data yang jumlahnya genap

Ayo Bereksplorasi

Untuk memahami Median coba lakukan kegiatan berikut

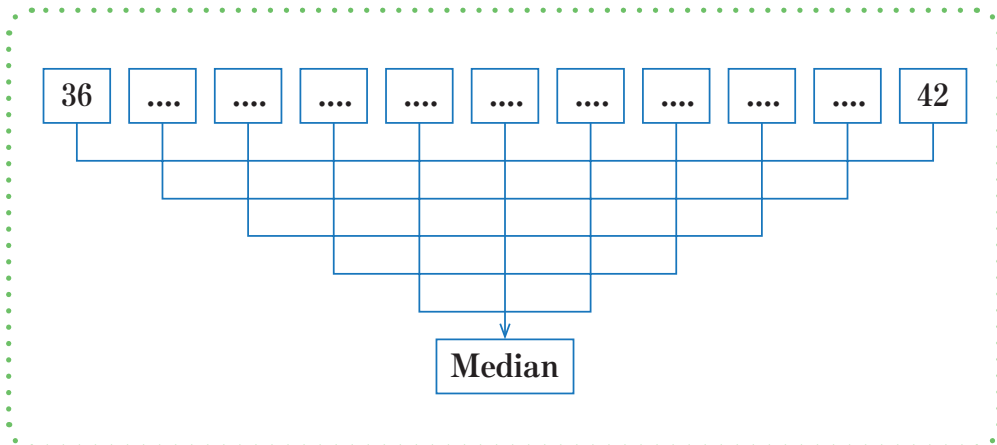
a. Menentukan Median dengan banyak data ganjil

Ukuran Sepatu dari 11 siswa adalah sebagai berikut 41, 39, 38, 36, 40, 37, 38, 40, 42, 38, 39
Tentukan Median dari data tersebut

Langkah ke-1

Mengurutkan data dari data terkecil sampai data terbesar, sehingga diperoleh data sebagai berikut
36, 37, 38, 38, 38, 39, 39, 40, 40,41,42

Langkah ke-2

Memasangkan data yang sudah terurut dari sisi terluar ke sisi dalam, sehingga menyisakan satu data tunggal

Langkah ke-3

Data bagian tengah yang tidak memiliki pasangan dinamakan dengan Media n

Jadi median dari data 41, 39, 38, 36, 40, 37, 38, 40, 42, 38, 39 adalah 39

b. Menentukan Median dengan banyak data genap

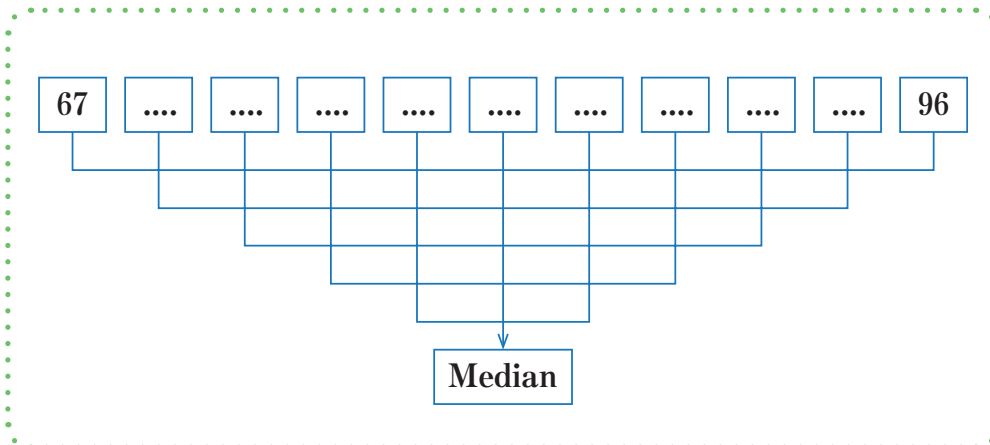
Nilai UTS dari dari 10 siswa adalah sebagai berikut 67, 89, 78, 96, 80, 77, 68, 90, 72, 88

Langkah ke-1

Urutkan data tersebut dari data terkecil ke besar, sehingga diperoleh data sebagai berikut

67, 68, 72, 77, 78, 80, 88, 89, 90,96

Langkah ke-2

Pasangkan data yang sudah terurut dari sisi terluar ke sisi dalam, sehingga menyisakan satu data tunggal

Langkah ke-3

Karena ada dua data pada bagian tengah, maka nilai median berada di tengah-tengah kedua data tersebut. Cara menentukan median adalah dengan membagi dua jumlah dari dua data pada bagian tengah, yaitu $\frac{78 + 80}{2} = 79$

Jadi median dari data 67, 68, 72, 77, 78, 80, 88, 89, 90, 96 adalah 79

Berdasarkan kedua contoh tersebut dapat disimpulkan bahwa

Median dari data ganjil diperoleh dengan menentukan data bagian tengah dari data yang sudah diurutkan.

Median dari data genap diperoleh dengan membagi dua jumlah dua data pada bagian tengah. Hal ini menunjukkan bahwa nilai median dari data tersebut berada diluar kumpulan data.

Selanjutya, siswa diminta untuk menetukan median data yang cukup banyak

Ayo Berkomunikasi

Setelah kalian dapat menetukan median dari data, coba bagaimana menentukan media jika data seperti pada halaman berikut ini

Hasil Ulangan Harian Matematika siswa kelas 8 adalah sebagai berikut.

90	76	80	74	64	88	74	84	90	88
60	66	92	90	76	80	66	64	88	96
84	92	86	84	90	70	80	78	64	88

Coba diskusikan dengan teman kalian, bagaimana menentukan Median dari data tersebut.

Langkah pertama mengurutkan data dari kecil ke besar dan menuliskan banyak data yang nilainya sama dan dituliskan dalam kolom frekuensi seperti tabel berikut.

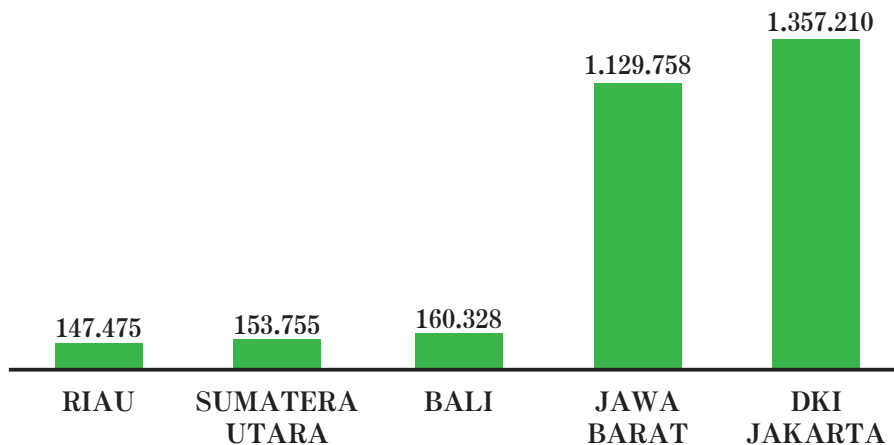
Data	Frekuensi
60	1
64	3
66	2
70	1
74	2
76	2
78	1
80	3
84	3
86	1
88	4
90	4
92	2
96	1

Setelah diketahui frekuensi dari setiap data, langkah berikutnya adalah menuliskan frekuensi komulatif. Frekuensi komulatif diperoleh dengan cara menjumlahkan berturut-turut frekuensi pada baris awal dengan frekuensi berikutnya. Frekuensi komulatif baris kedua berasal dari jumlah dari frekuensi baris pertama dengan baris kedua, frekuensi komulatif baris ketiga berasal dari penjumlahan frekuensi baris pertama sampai baris ketiga, demikian seterusnya, sehingga diperoleh tabel sebagai berikut

Data	Frekuensi	Frekuensi Komulatif
60	1	1
64	3	4
66	2	6
70	1	7
74	2	9
76	2	11
78	1	12
80	3	15
84	3	18
86	1	19
88	4	23
90	4	27
92	2	29
96	1	29

Karena datannya genap, maka untuk menentukan median diperoleh degan cara menambahka n data ke 15 dan data ke 16 dibagi 2, yaitu $80+80 : 2 = 80$

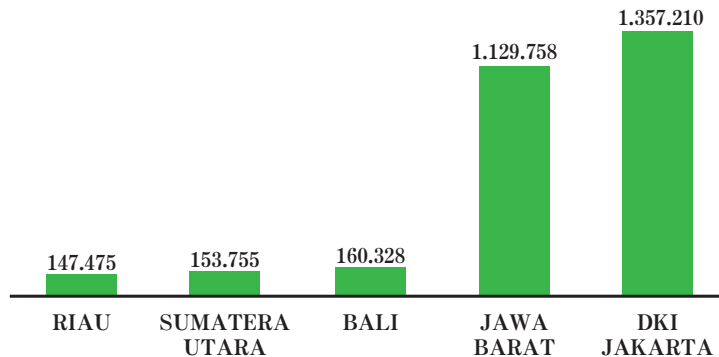
c. Menentukan Median dari data yang acak yang heterogen

Siswa diajak untuk berpikir dan mencermati diagram batang berikut yang menunjukkan data yang heterogen dari data. Tabel berikut yang menunjukkan pasien sembuh covid-19 untuk 5 provinsi secara acak di Indonesia pada bulan Agustus 2022

Berdasarkan dari diagram batang tersebut diperoleh bahwa mediannya adalah provinsi Bali sebesar 160.328. Data bagian atas dari median adalah Provinsi DKI Jakarta : 1.357.210 dan Provinsi Jawa Barat : 1.129.758. Jika dijumlahkan data bagian atas dari median sebesar 2.486.968 pasien yang sembuh dari Covid-19. Sementara data bagian bawah dari median yaitu Provinsi Sumatra Utara : 153.755 dan Provinsi Riau : 147.475. Jika dijumlahkan data bagian bawah dari median adalah 301.230 pasien yang sembuh dari Covid-19.

Kesimpulannya adalah terdapat perbedaan yang sangat jauh antara jumlah data bagian atas dari median dengan jumlah data bagian bawah dari median. Provinsi Bali sebagai median dengan nilai 160.328 kurang mewakili sebagai ukuran pemusatan dari kumpulan data karena kurang menggambarkan dari keseluruhan data. Dengan demikian, median masih memiliki kelemahan, karena belum menunjukkan ukuran pemusatan dari kumpulan data.

Oleh karena itu, untuk selanjutnya siswa diajak untuk mempelajari ukuran pemusatan data yang ketiga yaitu rata-rata.

3. Rata-rata

Siswa diminta untuk tetap mencermati diagram batang yang mediannya kurang menunjukkan ukuran pemusatan dari data yang ada.

Langkah Pertama, data yang ada di diagram batang diubah dalam bentuk tabel, seperti berikut ini

No	Provinsi	Jumlah Pasien Sembuh
1	Riau	147.475
2	Sumatra Utara	153.755
3	Bali	160.328
4	Jawa Barat	1.129.758
5	DKI Jakarta	1.357.210
	Jumlah	2.948.526
	Rata-rata	589.705

Hasil dari Pembagian tersebut menunjukkan nilai rata-rata dari Pasien yang sembuh Covid-19 untuk 5 Provinsi, yaitu sebesar 589.705.

Nilai rata-rata dari data pada tabel tersebut menunjukkan bahwa memiliki nilai keseimbangan diantara data yang ada, rata-rata menunjukkan titik keseimbangan dari semua data. Dengan demikian untuk menentukan pemusatan data yang paling baik adalah dengan menggunakan rata-rata.

Siswa diminta melengkapi tabel berikut, bisa dengan individu maupun kelompok

Ayo Berkomunikasi

Untuk menentukan nilai rata-rata, coba diskusikan dengan teman kalian untuk melengkapi tabel berikut

Data dalam kehidupan sehari-hari	Data	Banyak data	Cara menghitung rata-rata	Kesimpulan
pak Burhan mempunyai dua putra yang berumur 8 tahun dan 4 tahun. Berapa rata-rata umur kedua putra Pak Burhan?	4 dan 8	2	$\frac{4+8}{2} = \frac{12}{2} = 6$	Rata-rata umur putra Pak Burhan adalah 6 tahun
Ukuran sepatu 4 siswa adalah 39, 41, 41, dan 43, Berapa rata-rata ukuran sepatu keempat siswa tersebut?	39, 41, 41, 42	4	$\frac{39+41+41+43}{4}$ $= \frac{164}{4}$ $= 41$	Rata-rata ukuran sepatu 4 siswa adalah 41
Penjualan sepeda motor dari dealer adalah Senin : 12, Selasa : 15, Rabu : 9 Kamis : 18, Jumat : 16, Sabtu : 20 Berapa rata-rata sepeda motor yang terjual dalam sepekan?	12, 15, 9, 18, 16, 20	6	$\frac{12+15+9+18+16+20}{6}$ $= \frac{90}{6}$ $= 15$	Rata-rata penjualan sepeda motor dalam sepekan adalah 15 unit.

<table>
<tr><th>Data dalam kehidupan sehari-hari</th><th>Data</th><th>Banyak data</th><th>Cara menghitung rata-rata</th><th>Kesimpulan</th></tr>
<tr><td>Pasien Covid-19 yang sembuh setelah di rawat di rumah sakit selama 10 hari terakhir adalah: 12 orang, 15 orang, 10 orang, 17 orang, 14 orang, 19 orang, 17 orang, 24 orang, 20 orang, dan 25 orang. Tentukan rata-ratanya?</td><td>12, 15, 10, 17, 14, 19, 17, 24, 20, 25</td><td>10</td><td>*</td><td>Rata-rata Pasien Covid-19 yang sembuh setelah di rawat di rumah sakit selama 10 hari terakhir adalah 17,3</td></tr>
<tr><td>Hasil Ulangan Harian Matematika siswa kelas 8 adalah sebagai berikut
<table>
<tr><th>Nilai ulangan matematika</th><th>Frekuensi</th></tr>
<tr><td>60</td><td>2</td></tr>
<tr><td>65</td><td>3</td></tr>
<tr><td>70</td><td>4</td></tr>
<tr><td>75</td><td>8</td></tr>
<tr><td>80</td><td>10</td></tr>
<tr><td>85</td><td>6</td></tr>
<tr><td>90</td><td>4</td></tr>
<tr><td>95</td><td>2</td></tr>
<tr><td>100</td><td>1</td></tr>
</table></td><td></td><td>30</td><td>**</td><td>Nilai rata-rata Ulangan Matematika siswa kelas 8 adalah 78,9</td></tr>
</table>

* $\frac{12+15+10+17+14+19+17+24+20+25}{10}$

$= \frac{173}{10}$

$= 17{,}3$

** $\frac{(60.2)+(65.3)+(70.4)+(75.8)+(80.10)+(85.6)+(90.4)+(95.2)+100.1)}{40}$

$\frac{120+195+280+600+800+510+360+190+100}{40}$

$= \frac{3.155}{40}$

$= 78{,}9$

Berdasarkan tabel tersebut dapat disimpulkan bahwa untuk mencari nilai rata-rata dari suatu data dengan menjumlahkan nilai semua data dan membagi dengan banyak data, atau dapat ditulis dengan

Rata-rata $= \frac{jumlah\ data}{banyak\ data}$ atau **Mean** $(\overline{x}) = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{n}$

Selanjutnya siswa diminta untuk menentukan rata-rata dari suatu data yang cukup banyak

Hasil Ulangan Harian Matematika siswa kelas 8 adalah sebagai berikut

95	75	85	80	90	80	90	80	90	85
85	80	90	100	95	90	85	85	90	80
90	85	75	85	85	90	90	90	95	95

Untuk menentukan rata-rata dari data tersebut akan lebih mudah dan efektif jika dikelompokkan berdasarkan nilai yang sama dan dihitung banyak data yang sama seperti pada tabel berikut.

Nilai	Turus	Jumlah
75	II	2
80	IIIII	5
85	IIIII III	8
90	IIIII IIIII	10
95	IIII	4
100	I	1

Untuk selanjutnya banyaknya data yang sama dinamakan frekuensi

Nilai	Frekuensi
75	2
80	5
85	8
90	10
95	4
100	1

Untuk menentukan nilai rata-rata data yang ada frekuensinya dengan cara mengalikan data dengan frekuensinya.

Data	frekuensi	Data × Frekuensi
75	2	150
80	5	400
85	8	680
90	10	900
95	4	380
100	1	100
Jumlah	30	2.610

Rata-rata $= \frac{2.610}{30} = 87$

Jadi rata-rata nilai Ulangan Harian Matematika siswa kelas 8 adalah 87

Berdasarkan dari contoh tersebut dapat disimpulkan bahwa untuk menentukan rata-rata dari suatu data yang cukup banyak dapat digunakan dengan cara menjumlahkan hasil kali antara data dengan frekuensinya setelah itu dibagi dengan banyak data yang ada. Dalam bentuk umum dapat ditulis

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \cdots + f_ix_i}{f_1 + f_2 + \cdots + f_1}$$

Ayo Berpikir Kreatif

1. Apakah mungkin kumpulan data memiliki nilai modus dan median yang sama?

   Sangat mungkin, contohnya data 3,4, 6, 6, 6, 7, 14 dan masih banyak contoh lainnya.

2. Apakah mungkin kumpulan data memiliki nilai rata-rata, modus dan median yang sama?

   Mungkin, contohnya 3,4, 6, 6, 6, 7, 10 dan masih banyak contoh lainnya.

1. Tentukan Modus, Median, dan Rata-rata data berikut
   a. Modus = 4; 8; 9. Median = 7,5. Rata-rata = 6,3
   b. Modus = 66; 78. Median = 78. Rata-rata = 77,1
2. Modus = 39. Median = 39. Rata-rata = 38,8

3. Hasil Ulangan Harian IPA siswa kelas 8A dan 8B ditunjukkan dengan tabel berikut

kelas 8A	
Nilai	**Frekuensi**
60	1
65	2
70	5
75	6
80	7
85	4
90	2
95	2
100	1

kelas 8B	
Nilai	**Frekuensi**
60	2
65	1
70	4
75	5
80	6
85	4
90	4
95	2
100	2

   a. Pendapat Budi salah, karena rata-rata siswa kelas A lebih rendah dari kelas B.
   b. Pendapat Ani benar, median kelas adalah 80 dan median kelas 8 juga 80.
   c. Pendapat Johan salah, karena modus kelas A sama dengan modus kelas B yaitu 80.

Alternatif Jawaban Soal Latihan 6.1

1. Tentukan rata-rata dari data berikut ini
   a. Rata-rata = 8
   b. Rata-rata = 7,2
   c. Rata-rata = 76,4
   d. Rata-rata = 6,46
2. Tentukan rata-rata dari data berikut ini
   a. Rata-rata = 6
   b. Rata-rata = 75,9
3. Rata-rata = 6,97
4. Rata-rata produksi minyak Bumi selama 7 bulan adalah 714 ribu barel per hari
5. Berat badan Doni adalah 63 *kg*
6. Rata-rata tinggi 6 anak adalah 169
7. Median dari ulangan Matematika adalah 75
8. Alternatif jawaban
   a. Hari Sabtu, karena modusnya pada hari Sabtu
   b. Senin, rata-rata dari penjualan roti selama seminggu adalah 88,7
   c. Rata-rata naik menjadi 89,3
9. Penjualan motor di Dealer Amanah selama lima hari
   a. Minimal penjualan motor yang pada hari Sabtu agar rata-rata penjualan dalam seminggu adalah 12 motor adalah 10 motor
   b. Motor yang terjual pada hari Sabtu agar rata-rata penjualan motor dalam seminggu adalah 13 motor adalah 16 motor
10. Alternatif jawaban
    a. Penghasilan satu orang lebih dari Rp2.000.000,00
    b. Penghasilan satu orang tersebut adalah Rp3.000.000,00

B. Penyebaran Data

Setelah siswa mempelajari ukuran pemusatan data, berikutnya siswa akan mempelajari ukuran penyebaran data. Penyebaran data merupakan nilai yang menyatakan seberapa jauh data dari pusat data. Penyebaran data terdiri dari jangkauan, kuartil, dan simpangan kuartil.

1. Jangkauan

Siswa diminta untuk mencermati gambar 6.4 (Buku Siswa) tentang produksi beras Indonesia, kemudian menentukan produksi yang tertinggi dan terendah.

Siswa diminta untuk melengkapi tabel berikut

Tahun	Tertinggi (ton)	Terendah (ton)	Selesih (ton)
2020	5.626	934	4.629
2021	5.570	1.174	4.396

Untuk selanjutnya selisih dari data tertinggi dengan data terendah dinamakan dengan jangkauan. Jadi jangkauan dapat diartikan dengan mengurangi data tertinggi dengan data terendah.

Jangkauan data tahun 2020 adalah $5.626 - 934 = 4.692$

Jangkauan data tahun 2021 adalah $5.570 - 1.174 = 4.396$

Berdasarkan diagram tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa Jangkauan adalah selisih antara nilai data terbesar dengan nilai data terkecil. Jangkauan diperoleh dengan mengurangi data terbesar dengan data terkecil.

1. Tinggi badan siswa kelas 8 adalah sebagai berikut

Anton	Joko	Made	Nadiva	Cut Mutia	Dewa	Robert	Andika
156 cm	162 cm	158 cm	154 cm	160 cm	168 cm	167 cm	166 cm

a. Jangkauan dari data tersebut adalah $168 - 154 = 14$

b. Jika Nadiva tidak ikut dalam perhitungan, jangkauan data yang terbaru adalah $168 - 156 = 12$

c. Enam bulan lagi semua siswa tinggi badannya naik 2 cm, kecuali Robert naik 4 cm, jangkauan dari data terbaru adalah $171 - 156 = 15$

2. Perhatikan diagram batang berikut ini

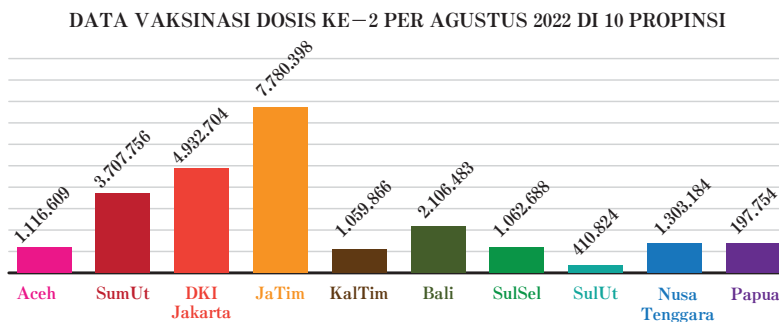



Diagram batang berikut menunjukkan data vaksinasi dosis ke-2 di 10 Provinsi

a. Jangkaun dari data tersebut adalah $7.780.398 - 197.754 = 7.582644$

b. Jika Provinsi Jawa Timur tidak ikut dalam perhitungan, jangkauan data yang terbaru adalah $4.932.704 - 197.754 = 4.734.950$

c. Jika tiga bulan lagi semua provinsi naik 10%, kecuali papua naik 40%, jangkauan dari data terbaru adalah $8.558.438 - 451.906 = 8.106.532$

2. Kuartil

Setelah siswa memahami jangkauan, selanjutnya siswa diajak untuk mempelajari kuartil. Guru dapat menggali pengetahuan awal siswa dari Median, karena kuartil adalah membagi data yang diurutkan menjadi empat yang sama banyak, sehingga masing-masing kelompok terdiri atas ¼ bagian data. Ada tiga jenis kuartil, yaitu kuartil pertama / kuartil bawah (Q_1), kuartil kedua /kuartil tengah atau median(Q_2), dan kuartil ketiga/kuartil atas(Q_3).

Untuk lebih jelasnya, siswa diminta untuk mencermati contoh berikut

Contoh 6.1

Diketahui hasil ulangan Matematika 10 siswa kelas 8 adalah sebagai berikut

82 68 76 80 72 94 78 86 90 66

Tentukan kuartil pertama, kuartil kedua, dan kuartil ketiga

Alternatif penyelesaian

Langkah pertama, urutkan data dari terkecil ke terbesar, sehingga diperoleh

66	68	72	76	78	80	82	86	90	94

Setelah data sudah terurut, tentukan Kuartil kedua dulu, sekaligus sebagai median

66	68	72	76	78	80	82	86	90	94

Q_2/Median

Kuartil kedua adalah berada diantara 78 dan 80,

sehingga $Q_2 = \dfrac{78+80}{2} = 79$

Setelah Kuartil kedua ditentukan, maka kuartil pertama dan ketiga dapat ditentukan juga

66	68	72	76	78	80	82	86	90	94

Q_1 Q_2/Median Q_3

Data dibagi menjadi empat kelompok yang sama banyak, kelompok pertama adalah 66 dan 68, kelompok kedua adalah 76 dan 78, kelompok ketiga adalah 80 dan 82, serta kelompok keempat adalah 90 dan 94. Dengan demikian, kuartil pertama adalah 72, kuartil kedua adalah 79 dan kuartil ketiga adalah 86.

Selanjutnya untuk meningkatkan pemahaman dan keterampilan dalam menentukan kuartil, siswa diminta untuk menentukan kuartil dari data berikut

60	90	76	76	80	64	66	80
64	90	76	80	90	66	76	92

Alternatif Jawaban

Langkah pertama adalah data diurutkan dari terkecil ke data terbesar

60	64	64	66	66	76	76	76	76	80	80	80	90	90	90	92

Tentukan Q_2 terlebih dahulu

60	64	64	66	66	76	76	76	76	80	80	80	90	90	90	92

Setelah bagilah bagian sebelah kiri dan sebelah kanan dari $Q2$ menjadi dua bagian yang sama. Maka titik tengah dari masing-masing bagian itu adalah letak dari $Q1$ dan $Q3$

60	64	64	66	66	76	76	76	76	80	80	80	90	90	90	92

Berdasarkan gambar tersebut dapat ditentukan bahwa

Q_1 adalah $\frac{66 + 66}{2} = 85$

Q_2 adalah $\frac{76 + 76}{2} = 76$

Q_3 adalah $\frac{80 + 90}{2} = 85$

Guru dapat memberikan soal yang lainnya dengan jumlah data yang bervariasi agar siswa memiliki pemahaman dan keterampilan yang baik dalam menentukan kuartil.

Selanjutnya siswa diminta untuk mempelajari Jangkaun kuartil.

3. Jangkauan Kuartil dan Simpangan Kuartil

Jenis ukuran penyebaran data yang terakhir adalah Jangkauan kuartil. Jika kalian perhatikan nilai dari Q_3 lebih besar daripada nilai Q_1 dan nilai Q_2. Kalau jangkauan data diperoleh dari selisih data terbesar dengan data terkecil, maka Jangkauan Kuartil dapat diperoleh dari selisih Kuartil terbesar dengan kuartil terkecil. Dalam hal ini Kuartil dengan nilai terbesar adalah Q_3 dan Kuartil dengan nilai terkecil adalah Q_1, sehingga, **Jangkauan Kuartil** = $\mathbf{Q_3 - Q_1}$. Pada data Ayo Mencoba tersebut, diperoleh $Q_1 = 66$ dan $Q_3 = 85$ Jangkauan Kuartilnya adalah $Q_3 - Q_1 = 85 - 66 = 11$

Simpangan Kuartil dapat dilakukan dengan membagi dua jangkauan Kuartil yang sudah ditentukan, yaitu $\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$. Pada data tersebut diperoleh simpangan kuartil adalah

$\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1) = \frac{1}{2} \cdot 11 = 5,5$

Guru dapat memberikan contoh atau soal lain dalam menentukan Kuartil, Jangkauan kuartil dan Simpangan Kuartil.

Alternatif Jawaban Soal Latihan 6.2

1. Tentukan kuartil bawah, kuartil atas, jangkauan dan simpangan antar kuartil dari data berikut
   a. $Q_1 = 4$; $Q_2 = 6$; $Q_3 = 7,5$
      Jangkauan = 3,5; simpangan kuartil = 1,75
   b. $Q_1 = 65$; $Q_2 = 67,5$; $Q_3 = 80$
      Jangkauan = 15; simpangan kuartil = 7,5
2. Ukuran sepatu siswa kelas 8 ditunjukkan dengan tabel berikut

Ukuran	Frekuensi
35	1
36	2
37	4
38	6
39	7

Ukuran	Frekuensi
40	5
41	3
42	2

a. Kuartil bawah = 38 dan kuartil atas = 40

b. Jangkaun kuartil = 2

c. Simpangan antar kuartil = 1

3. $Q_1 = 130{,}5$; $Q_2 = 165$; $Q_3 = 174{,}5$
   Jangkauan $= 44$; simpangan kuartil $= 22$

4. Seorang ibu mencatat perkembangan berat badan anaknya setiap bulan selama dua tahun (dinyatakan dalam kilogram) sebagai berikut.

   2,9 5,6 8,2 9,2
   3,1 5,9 8,5 9,2
   3,5 6,6 8,6 9,4
   4,0 7,1 8,6 9,4
   4,8 7,5 8,8 9,8
   5,1 7,8 8,9 9,9

   a. Tentukan Kuartil bawah $= 4{,}95$ dan kuartil atas $= 9{,}05$

   b. Jangkauan kuartil $= 4{,}1$ dan Simpangan antar kuartil $= 2{,}05$

Refleksi

Setelah memahami Bab ini apakah kalian dapat

- Menentukan nilai rata-rata dari kumpulan data
- Menentukan nilai median dan modus dari suatu data
- Menentukan kuartil, jangkauan kuartil dan simpangan kuartil dari suatu data

Alternatif Penyelesaian Uji Kompetensi Bab 6

1. Nilai rata-rata dari 24 siswa kelas 8A adalah 78, nilai rata-rata dari 20 siswa kelas 8B adalah 82, dan nilai rata-rata dari 22 siswa kelas 8C adalah 75. Tentukan nilai rata-rata dari semua siswa kelas 8
   Jawab: Rata-ratanya adalah 78,2

2. Diketahui data $7, 8, 4, 9, 5, 6, a, 7, 10, b$
   a. Jika rata-ratanya 6,9 dan modusnya 7, tentukan nilai dari $a + b$
   b. Jawab : nilai $a + b = 8$
   c. Jawab : $Q_1 = 5$, $Q_2 = 7$ dan $Q_3 = 9$

3. Nilai rata-rata Ulangan Harian Matematika dari 24 siswa kelas 8A adalah 76. Jika ada seorang siswa yang mendapat nilai 87 tidak dimasukkan dalam perhitungan rata-rata, tentukan nilai rata-rata yang baru dari siswa kelas 8A?

   Jawab : Rata-rata baru adalah 75,5

4. Berikut adalah data nilai ulangan matematika 10 orang anak

   62, 74, 95, 60, 56, 70, 72, 65, 60, 58

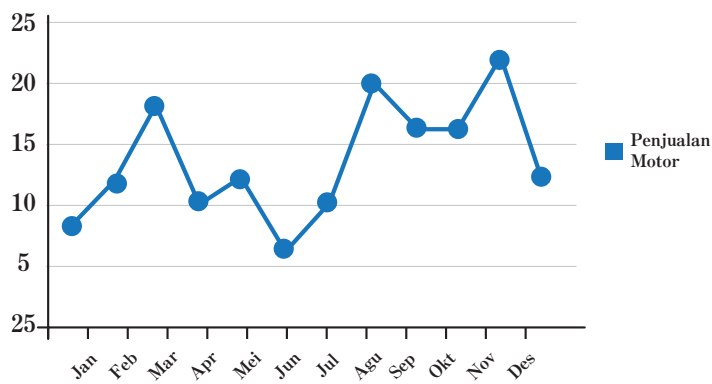
   a. Tentukan nilai yang dapat mempengaruhi nilai rata-rata. Berikan alasanmu!
      Jawab: nilai 95 karena nilai tersebut paling tinggi dan memiliki jawak yang jauh dengan nilai siswa yang lainnya.
   b. Nilai manakah yang lebih baik untuk menyatakan nilai rata-rata ulangan siswa?

      Jawab : nilai 68 karena rata-ratanya 66,9 paling dekat dengan 68

5. Perhatikan dua data berikut ini!
   Data A : 5, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 10, 11, 12, 13
   Data B : 6, 7, 7, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 12, 18
   a. Jelaskan, mengapa rata-rata data B lebih besar daripada data A!
      Jawab: Karena nilai terakhir dari data B lebih tinggi dari nilai terakhir data A

b. Jelaskan, mengapa median dari data A sama dengan median dari data B?
   Jawab: Karena nilai tengah data A dan nilai tengah data B sama yaitu ; antar 8 dan 9

c. Jelaskan mengapa modus dari data A dan B berbeda?
   Jawab: Modus data A adalah 8 dan modus data B adalah 7

6. Penjualan Motor di salah satu dealer ditunjukkan dengan diagram garis berikut. Tentukan

a. Rata-rata $= 13{,}5$
b. Median $= 12$
c. Modus $=$ bulan November
d. Kuartil pertama $= 11$ dan Kuartil ketiga $= 17$

7. Nilai rata-rata 24 siswa adalah 78. Jika nilai ujian 12 siswa yang pertama, masing-masing ditambah 2, 4, 6, 8,...sedangkan nilai ujian 12 siswa berikutnya masing-masing dikurangi 10, Tentukan nilai rata-rata ujian semua siswa tersebut
   Jawab: Rata-ratanya menjadi 78,5

8. Perhatikan diagram garis berikut ini

	Jan	Feb	Mar	Apr	Mei	Jun	Jul	Agu	Sep	Okt	Nov	Des
2020	653	403	452	632	846	806	821	1.023	1.624	1.786	1.308	879
2021	494	523	673	1.055	1.208	1.035	1.138	1.452	1.685	1.852	1.305	825

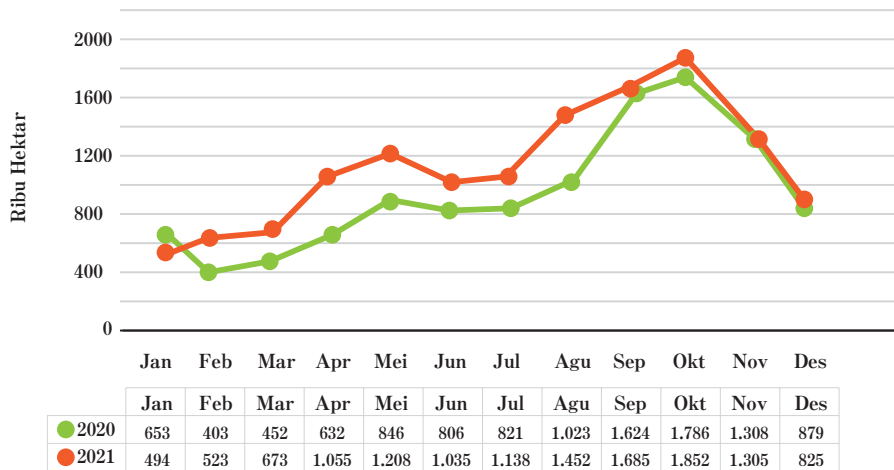



Diagram garis menunjukkan perbandingan luas lahan pertanian tahun 2020 dengan tahun 2021.Tentukan

a. Perbandingan rata-rata tahun 2020 dengan 2021

   Jawab : Perbandingan rata-rata tahun 2020 : 2021 = 936,8 : 1.103,75

b. Perbandingan median tahun 2020 dengan 2021

   Jawab: Perbandingan median tahun 2020: 2021 = 833,5 : 1096,5

c. Perbandingan modus tahun 2020 dengan 2021

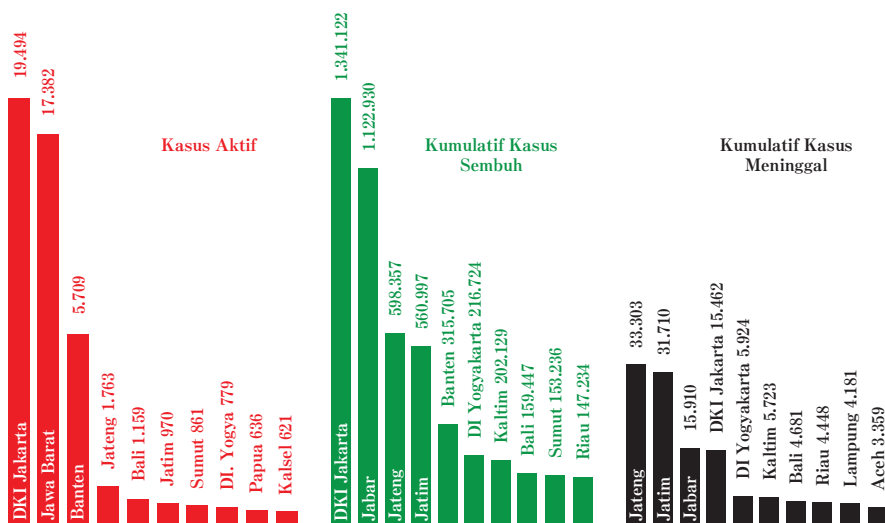
   Jawab: Perbandingan jangkauan tahun 2020 : 2021= 1383: 1358

d. Perbandingan kuartil bawah dan kuartil atas tahun 2020 dengan 2021

   Jawab: Perbandingan jangakaun kuartil tahun 2020 : 2021= 527,5: 629,5

Pengayaan

1. Kasus Covid-19 pertama kali dikonfirmasi di Indonesia pada tanggal 2 Maret 2020, dan terus menyebar hampir ke seluruh Provinsi di Indonesia. Sampai tanggal 20 Agustus 2022, kasus Aktif, komulatif kasus sembuh, dan Kumulatif kasus meninggal tertinggi di 10 provinsi ditunjukkan dalam tabel berikut

10 PROVINSI DENGAN KASUS TERTINGGI

a. Tentukan rata-rata dari kasus aktif, rata-rata komulatif kasus sembuh dan rata-rata kasus meninggal dari 10 provinsi tersebut?

   Jawab : Rata-rata kasus aktif adalah 4.937,4 rata komulatif kasus sembuh adalah 481.778,1 Rata-rata kasus meninggal adalah 12.470,1

b. Apakah kasus aktif, komulatif kasus sembuh dan komulatif kasus meninggal setiap provinsi menunjukkan urutan yang sama?

   Jawab: jangkauan komulatif kasus sembuh : jangkauan komulatif kasus meninggal mendekati 40 : 1

c. Provinsi manakah yang menunjukkan mendekati median untuk kasus aktif Covid-19? Mengapa Coba jelaskan

   Jawab: Provinsi Bali dan Jatim karena kedua Provinsi tersebut mendekati dengan nilai median

d. Provinsi manakah yang sangat mempengaruhi dalam menentukan nilai rata-rata dari Komulatif kasus meninggal? Jelaskan

   Jawab: Provinsi Jateng dan Jabar, karena kedua provinsi menunjukkan kasus komulatif jumlah yang meninggal sangat tinggi dan berbeda jauh dengan kasus komulatif meninggal dengan provinsi yang lainnya.

2. Rata-rata 15 data adalah 19. Rata-rata 10 data pertama adalah 18 dan rata-rata 3 data selanjutnya adalah 25. Jika ke-14 nilainya sama dengan dua kali data ke-15, tentukan nilai data ke-15?

   Jawab : data ke-15 adalah 20

3. Diketahui kelompok bilangan 2, 3, 7,7, 8, 8, 8, 9, 11. Berdasarkan data tersebut 4 siswa punya pendapat yang berbeda, yaitu

   a. Siti berpendapat bahawa Modus lebih dari Rata-rata (B)
   b. Astuti berpendapat bahwa Median kurang dari Rata-rata (S)
   c. Nabila berpendapat bahwa Modus sama dengan rata-rata (S)
   d. Nadiva berpendapat bahwa Modus sama dengan median (S)

   Diantara 4 pendapat tersebut, manakah yang benar menurut kalian, jelaskan

   Jawab : Pendapat yang benar adalah Pendapat Siti karena modusnya 8 dan rata-ratanya 6,875

4. Hasil Ujian siswa menunjukkan bahwa 40% siswa mendapat nilai 65, $20\ \%$ siswa memperoleh nilai 75 dan 30% siswa memperoleh nilai 85, sementar sisanya memperoleh nilai 95. Berdasarkan data tersebut, beberapa siswa membuat kesimpulan, antar lain

    a. Anton berpendapat bahwa Median $<$ Rata-rata $<$ Modus,

    b. Budi berpendapat bahwa Modus $<$ Median $<$ Rata-rata,

    c. Chica berpendapat bahwa Rata-rata $<$ Median $<$ Modus,

    d. Dodi berpendapat bahwa Modus $<$ Rata-rata $<$ Median,

    Pendapat siapakah yang benar, jelaskan jawabanmu

    Pendapat yang benar adalah pendapat Chica karena rata-rata = 76, Median = 75, dan Modus = 85.

Index

Glosarium

A

Aljabar : Perumusan aritmatika atau system logika yang dinyatakan dalam bentuk notasi atau simbol

Anggota himpunan : suatu objek dalam suatu himpunan.

Akar kuadrat : suatu bilangan yang jika dikalikan dengan bilangan itu sendiri akan menghasilkan bilangan dalam tanda akar

B

Bentuk aljabar : bentuk penulisan yang merupakan kombinasi antara koefisien, variabel dan konstanta.

Bidang Cartesius : bidang yang dibentuk oleh sebuah sumbu horizontal (x) dan sebuag sumbu vertikal (y)

Bilangan Kuadrat : bilangan yang dihasilkan dari perkalian dua bilangan yang sama

Bilangan Bentuk Baku : Notasi ilmiah yang digunakan untuk menuliskan bilangan ynag sangat besar atau sangat kecil agar lebih sederhana

D

Data : ukuran dari suatu nilai. Data biasanya dalam bentuk bilangan, dikumpulkan dalam bentuk tabel, diolah dalam bentuk diagram.

Data berkelompok : data yang sudah dikelompokkan dalam kelas-kelas.

Data tunggal : data mentah yang belum diolah atau dikelompokkan.

Diagram : gambar yang menunjukkan data tertentu untuk membantu menjelaskan bentuk aljabar

Diagram Venn : suatu representasi grafis dari suatu himpunan atau himpunan-himpunan.

Diagram batang : gambar yang menggunakan batang secara horizontal atau vertikal untuk menunjukkan suatu data.

F

Fungsi : relasi khusus yang memasangkan setiap anggota suatu himpunan dengan tepat satu anggota pada himpunan lain

Fungsi linear : sebuah fungsi yang mana variabelnya berpangkat satu atau suatu fungsi yang grafiknya adalah garis lurus.

Fungsi kuadrat : sebuah fungsi polinom yang memiliki peubah/ variabel dengan pangkat tertingginya adalah 2 (dua).

G

Grafik : suatu kerangka atau gambar yang digunakan untuk membuat objek visualisasi dari data-data pada tabel.

H

Himpunan : unit yang terdiri beberapa anggota.

Himpunan berhingga : suatu himpunan dengan n elemen di mana n adalah suatu bilangan bulat tak negatif Himpunan tak berhingga Suatu himpunan yang anggotanya tak berhingga.

Himpunan penyelesaian : himpunan yang berisi nilai-nilai variabel yang memnuhi semua persamaan atau pertidaksamaan yang diberikan

Himpunan semesta : himpunan yang memuat semua objek di bawah pertimbangan.

Hipotenusa : sisi suatu segitiga siku-siku dihadapan sisi siku-sikunya (sisi miring)

J

Jangkauan : Nilai yang diperoleh dari pengurangan data terbesar dengan data terkecil dari sekumpulan data

K

Koefisien : bilangan yang berada di depan variabel

Konstanta : bilangan tetap

Korespondensi satu-satu : relasi khusus yang memasangkan setiap anggota suatu himpunan dengan tepat satu anggota himpunan yang lain juga sebaliknya

Kuartil : Nilai yang membagi sekumpulan data yang terurut menjadi empat bagian yang sama

L

Linier : posisi yang terletak pada suatu garis lurus.

M

Modus : Data yang sering muncul dari sekumpulan data

Median : Nilai tengah dari sekumpulan data yang diurutkan

Merasionalkan penyebut : membuat penyebut menjadi bilangan rasional

N

Notasi : lambang/simbol.

P

Pengkuadratan : proses perkalian dua bilangan yang sama

Persamaan : dua ekspresi aljabar yang dihubungkan dengan sama dengan.

Persamaan linier : persamaan disebut persamaan linear apabila grafik semua penyelesaiannya terletak pada sebuah garis. Contoh: $y = x + 3$ adalah linear karena grafik semua penyelesaian terletak pada satu garis.

Pertidaksamaan : kalimat matematika yang mengandung tanda ketaksamaan, yaitu: $<$ (kurang dari), $>$ (lebih dari), $\leq$ (kurang dari sama dengan), dan $\geq$ (lebih dari sama dengan), $\neq$ (tidak sama dengan)

Pertidaksamaan linier : suatu pertidaksamaan yang daerah himpunan penyelesaiannya dibatasi oleh suatu garis lurus

Pythagoras : pernyataan mengenai hubungan antara sisi-sisi sebuah segitiga siku-siku

R

Relasi : aturan yang memasangkan anggota-anggota dalam suatu himpunan kepada himpunan lain

Rata-rata : bilangan yang mewakili ukuran pemusatan dari sekumpulan data

S

Segitiga siku-siku : bangun segitiga yang salah satu besar sudutnya adalah 90°

Segitiga lancip : segitiga yang semua sudutnya memiliki besar sudut kurang dari 90°

Segitiga tumpul : segitiga yang salah satu sudutnya lebih besar dari 90°

Statistik : hasil analisis atau pengolahan data.

Statistika :

1. cabang dari matematika terapan yang mempunyai cara-cara mengumpulkan dan menyusun data, mengolah dan menganalisis data serta menyajikan data dalam bentuk kurva atau diagram, menarik kesimpulan, menafsirkan parameter dan menguji hipotesis yang didasarkan pada hasil pengolahan data.
2. ukuran atau karakteristik yang didapatkan menggunakan data dari sampel.

Simpangan Kuartil : Nilai yang diperoleh dari setengah jangkauan

T

Teorema : kesimpulan umum yang dikemukakan untuk dibuktikan berdasarkan hipotesis tertentu yang diberikan.

Teorema Pythagoras : hubungan dalam segitiga siku-siku yang menyatakan bahwa kuadrat Panjang sisi miring suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat sisi-sisi lain pada segitiga tersebut, secara matematis dituliskan $c^2 = a^2 + b^2$

V

Variabel : huruf atau simbol lain yang digunakan untuk mewakili bilangan atau nilai yang tidak ditentukan.

Daftar Pustaka

Agus, N. A. 2008. *Mudah Belajar Matematika untuk kelas VIII SMP/MTs.* Jakarta: Pusat Perbukuan Departemen Pendidikan Nasional

As'ari, A. R., Tohir, M., Valentino, E., Imron, Z., Taufiq, I., Hariarti, N. S., & Lukmana, D. A. 2017. *Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 2. Edisi Revisi.* Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.

As'ari, A. R., Tohir, M., Valentino, E., Imron, Z., & Taufiq, I. 2017. *Buku Guru Matematika Revisi).* Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.

Black, K., Ryan, A., Haese, M., Robert, H., Sandra, H., & Humphries, M. 2009. *IGCSE Cambridge International Mathematics.* Australia: Haese & Harris Publications

Byrd, G., Lynn, B., & Pearce, C. 2013. *Cambridge Checkpoint Mathematics Coursebook.* United Kongdom: Cambridge University Press

Christian R. Hirsch, James T. Fey, Eric W. Hart Harold L. Schoen, Ann E. Watkins. 2008. *Core-Plus Mathematics 2.* (pp. 74 – 144)

Dris, J., & Tasari. 2011. *Matematika untuk SMP dan MTs Kelas VIII.* Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan Kementerian Pendidikan Nasional

Fernandes, A., Koehler, J., & Reiter, H. 2011. Mathematics teachers circle around problem solving. *Mathematics Teaching in the Middle School,* 17(2), 108-115.

Jeffery, R. 2019. *Chapter x. Rolle's theorem, mean value theorem, parametric equations, arc length, surface of revolution, curvature, second order differential equations, l'hospital's rule*. In Calculus (Third Edition) (pp. 157-188). University of Toronto Press.

Kurniadi, E., Darmawijoyo, D., Scristia, S., & Astuti, P. (2019). Kompetensi mahasiswa dalam mata kuliah pemodelan matematika berbasis pengembangan soal. *Jurnal Elemen, 5*(1), 54-63.

Morrison, K., & Hamshaw, N. 2015. *Mathematics Core and Extended Coursebook* (second edition). United Kingdom: Cambridge University Press.

Musser, G.L., Peterson, B.E., & Burger, W.F. 2013. *Mathematics for Elementary Teachers: A Contemporary Approach*. John Wiley & Sons.

Schoen, H. L., & Hirsch, C. R. 2020. The Core-Plus mathematics project: Perspectives and student achievement. *In Standards-Based School Mathematics Curricula (pp. 311-344)*. UK: Routledge.

Sparks, J. C. 2008. *The Pythagorean Theorem: Crown jewel of Mathematics.* Bloomington, Indiana: AuthorHouse

Subchan.Winarni, Muhammad Syifa'ul Mufid, Kistosil Fahim, dan Wawan Hafid Syaifudin. 2018 *Matematika SMP/MTs Kelas IX. Edisi Revisi*. Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.

Thurm, D., & Barzel, B. (2022). Teaching mathematics with technology: a multidimensional analysis of teacher beliefs. *Educational Studies in Mathematics, 109*(1), 41-63.

Tohir, M. 2018. *Pembinaan Olimpiade Matematika SMP/MTs*. Jember: Matematohir Scientific Publishing.

Tohir, M., Anam, AC., Ibnu, T.. 2021. *Matematika SMA/SMK Kelas XII Kurikulum Merdeka*. Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.

Tohir, M., Anam, AC., Ibnu, T.. 2021. *Buku Panduan Guru Matematika SMA/SMK Kelas XII Kurikulum Merdeka*. Jakarta: Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Balitbang, Kemendikbud.

Tohir, M., Maswar, M., Atikurrahman, M., Saiful, S., & Pradita, D. A. R. (2020). Prospective Teachers' Expectations of Students' Mathematical Thinking Processes in Solving Problems. *European Journal of Educational Research, 9*(4), 1735-1748.

Wahyudin Djumanta, Dwi Susanti .2008. Belajar Matematika Aktif dan Menyenangkan untuk SMP/MTs Kelas IX/. Jakarta: Pusat Perbukuan, Departemen Pendidikan Nasional

Biodata Penulis

Nama Lengkap : Mohammad Tohir, S.Pd., M.Pd.
Email : matematohir@ibrahimy.ac.id
Instansi : Universitas Ibrahimy
Alamat Instansi : Situbondo, Jl. KHR. Syamsul Arifin No.1-3, Sukorejo, Situbondo, Jawa Timur 68374
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

Riwayat Pekerjaan/Profesi dalam 10 Tahun Terakhir

1. Dosen Tadris Matematika Universitas Ibrahimy, Situbondo (2019–sekarang)
2. Guru Matematika di MTs Raudlatul Hasanah, Pamekasan (2019–sekarang)
3. Guru Matematika di SMPN 2 Jember (2016 – 2019)
4. Guru Matematika di SMP Islam Sabilillah Malang (2005 – 2015)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S2: Program Studi Pascasarjana Pendidikan Matematika, Universitas Jember (2016–2017)
2. S1: Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Islam Malang (2000–2004)

Judul Buku dan Tahun Terbit (dalam 10 Tahun Terakhir)

1. Matematika SMA/SMK Kelas XII Kurikulum Merdeka (2021)
2. Buku Panduan Guru Matematika SMA/SMK Kelas XII Kurikulum Merdeka (2021)
3. Model Buku Teks Mata Pelajaran Matematika SMP/MTs Kelas VII (2019)
4. Model Buku Panduan Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (2019)
5. Pembinaan Olimpiade Matematika SMP/MTs (2018)

6. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (2017)
7. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (2017)
8. Buku Pembinaan Olimpiade Matematika SMP/MTs (2017)
9. Penguatan Konsep Garis dan Sudut Mata Pelajaran Matematika SMP/MTs (2017)
10. Buku Pengayaan UN Matematika SMP/MTs Kelas IX (2016)
11. Pembinaan Olimpiade Guru Matematika SMP/MTs (2016)
12. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (2016)
13. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (2016)
14. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (2014)
15. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (2014)
16. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (2014)
17. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (2014)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (dalam 10 Tahun Terakhir)

1. Analysis of students' understanding of mathematical concepts in the Faraid calculation using modulo arithmetic theory (2022)
2. Mathematical Issues In Two-Dimensional Arithmetic For Analyze Students' Metacognition And Creative Thinking Skills (2022)
3. Analysis of Mathematical Creative Thinking Ability in Problem-Solving in Terms of Adversity Quotient (2022)
4. Building a caring community in problem based learning to improve students' mathematical connection capabilities (2021)
5. Prospective Teachers' Expectations of Students' Mathematical Thinking Processes in Solving Problems (2020)

Akun Profil

1. Scopus ID: 57204202856
   https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57204202856

2. ORCID iD: 0000-0001-8342-0972
https://orcid.org/0000-0001-8342-0972
3. WoS ResearcherID: AAE-8527-2019
https://www.webofscience.com/wos/author/record/2184249
4. Sinta ID: 6734675
https://sinta.kemdikbud.go.id/authors/profile/6734675
5. Google Scholar ID: c0s6OxUAAAAJ
https://scholar.google.co.id/citations?user=c0s6OxUAAAAJ&hl=id

Biodata Penulis

Nama Lengkap : Prof. Dr. Abdur Rahman As'ari, M.Pd, M.A

Email : abdur.rahman.fmipa@um.ac.id

Instansi : Universitas Negeri Malang

Alamat Instansi : Jl. Semarang No. 5 Malang 65145, Jawa Timur

Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika, Konsultan Pendidikan, Pakar Teknologi Pembelajaran Matematika Indonesia, dan Pakar Pengembangan Materi Pendampingan Kurikulum 2013

Riwayat Pekerjaan/Profesi dalam 10 Tahun Terakhir

1. Dosen Matematika S1, S2, dan S3 di FMIPA Universitas Negeri Malang (1985–sekarang)
2. Anggota Tim Pengembang sekaligus Asisten Direktur I Lembaga Pendidikan Islam Sabilillah Malang (1996-sekarang)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S3: Program Studi Teknologi Pembelajaran, Universitas Negeri Malang (2007–2012)
2. S2: Program Studi Pascasarjana PendidikanMatematika / Early and Middle Childhood Education Specialization in Matematics Education, IKIP Malang / OhioState University USA (1984-1990 / 1994-1995)
3. S1: Program Studi Pendidikan Matematika, (1979–1983)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Buku Siswa Matematika SMA/MA Kelas XII Semester 1 dan 2 (2018)

2. Buku Guru Matematika SMA/MA Kelas XII (2018)
3. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (2017)
4. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (2017)
5. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (2016)
6. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (2016)
7. Variasi Konstruk dalamPembelajaran Matematika (2016)
8. Buku Siswa Matematika SMA/MA Kelas XII Semester 1 dan 2 (2015)
9. Buku Guru Matematika SMA/MA Kelas XII (2015)
10. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (2014)
11. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (2014)
12. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (2014)
13. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (2014)
14. Penelitian Tindakan Kelas (2014)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun terakhir)

1. Prospective Mathematics Teachers' Critical Thinking Disposition in Designing Cognitive and Psychomotor Assessment Instruments (2022)
2. The Written Communication Ability Of Table And Chair Setting Problem Solution For Mathematics Education Students (2022)
3. Developing The M6 Learning Model to Improve Mathematic Critical Thinking Skills (2022)
4. Math Teacher Questions Can Help Students Around Coffee Plantations To Behave Critical Thinking (2022)
5. The development of instructional materials for reading literacy using the WISE approach (2021)

Biodata Penulis

Nama Lengkap : Ahmad Choirul Anam, M.Pd.
Email : choirulanam@ibrahimy.ac.id
Instansi : Universitas Ibrahimy
Alamat Instansi : Situbondo, Jl. KHR. Syamsul Arifin No.1-3, Sukorejo, Situbondo, Jawa Timur 68374
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

Riwayat Pekerjaan/Profesi dalam 10 Tahun Terakhir

1. Dosen Tadris Matematika Universitas Ibrahimy, Situbondo (2020–sekarang)
2. Guru SMA Negeri 1 Purwoharjo, Banyuwangi (2021 - sekarang)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S2: Program Studi Pascasarjana Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Surabaya (2017 – 2019)
2. S1: Program Studi Pendidikan Matematika, UIN Sunan Ampel Surabaya (2012 – 2016)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Buku Matematika SMA/SMK Kelas XII Kurikulum Merdeka Belajar (2021)
2. Buku Panduan Guru Matematika SMA/SMK Kelas XII Kurikulum Merdeka Belajar (2021)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun terakhir)

1. Pengembangan Media TaKeru Sebagai Media Pembelajaran Berbasis Literasi Matematika (2022)
2. Development of Digital Media and Ludo Eksponen to Improve Learning Outcomes of Grade IX Junior High School Students (2022)

3. Pengembangan Media TaKeru Sebagai Media Pembelajaran Berbasis Literasi Matematika (2022)
4. Abstraksi Reflektif Siswa Sekolah Menengah Pertama Pada Materi Segiempat Dan Segitiga (2021)
5. Students' mental construction in cube and cuboid concepts based on mathematical ability differences (2020)
6. Understanding the quadrilateral concept of junior high school students based on APOS theory in terms of differences in cognitive styles (2019)
7. Integrasi Etnomatematika dengan Model Pembelajaran Probing-prompting untuk Melatih Komunikasi Matematis siswa (2019)

Akun Profil

1. SINTA ID: 6811324
   https://sinta.kemdikbud.go.id/authors/profile/6811324/?view=googlescholar
2. ORCID ID: 0000-0002-8654-6893
   https://orcid.org/0000-0002-8654-6893
3. WoS ResearcherID: AAG-8833-2022
   https://www.webofscience.com/wos/author/record/2562205
4. Google Scholar ID: XCUc6LoAAAAJ
   https://scholar.google.com/citations?user=XCUc6LoAAAAJ&hl=id

Biodata Penulis

Nama Lengkap : Ibnu Taufiq, S.Pd., M.Pd.
Email : taufiqibnu13@gmail.com
Instansi : SMA Bahrul Maghfiroh Malang
Alamat Instansi : Jl. Joyo Agung Atas No. 2 Kota Malang
Bidang Keahlian : Pendidikan Matematika

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Dosen PGSD Universitas Terbuka UPBJJ Malang (2009–sekarang)
2. Guru Matematika di SMA Bahrul Maghfiroh Malang (2013–sekarang)
3. Guru Matematika di SMP Bahrul Maghfiroh Malang (2014–sekarang)
4. Guru Matematika di SMP Islam Sabilillah Malang (2003 – 2014)
5. Guru Kelas di SD Islam Sabilillah Malang (1997 – 2003)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S2: Program Studi Pascasarjana Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Malang (2003–2006)
2. S1: Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Malang (1991 - 1995)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

3. Buku Matematika SMA/SMK Kelas XII Kurikulum Merdeka Belajar 2021
4. Buku Panduan Guru Matematika SMA/SMK Kelas XII Kurikulum Merdeka Belajar (2021)
5. Model Buku Teks Mata Pelajaran Matematika SMP/MTs Kelas VII (2019)
6. Model Buku Panduan Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (2019)

7. Buku Pengayaan UN Matematika SMP/MTs Kelas IX (2018)
8. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (2017)
9. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (2017)
10. Buku Pembinaan Olimpiade Matematika SMP/MTs (2017)
11. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (2016)
12. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (2016)
13. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VII Semester 1 dan 2 (2014)
14. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VII (2014)
15. Buku Siswa Matematika SMP/MTs Kelas VIII Semester 1 dan 2 (2014)
16. Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas VIII (2014)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 Tahun terakhir)

Tidak ada

Biodata Penelaah

Nama Lengkap : Dr. Swasono Rahardjo, S.Pd, M.Si
Email : swasono.rahardjo.fmipa@um.ac.id
Instansi : FMIPA Universitas Negeri Malang
Alamat Instansi : Jl. Semrang No: 6 Malang 65145
Bidang Keahlian : Matematika

Pengalaman Kerja di Bidang Pengembangan Kurikulum

1. Pengajar Departemen Matematika FMIPA Universitas Negeri Malang, (1992 - sekarang)
2. Tim Pengembang Instrumen Penilaian Buku Teks Pelajaran Matematika SD/MI Kelas IV – VI di Pusat Kurikulum dan Perbukuan (2016 -2018)
3. Penilai Buku Teks Pelajaran Matematika SD/MI, SMP, dan SMA di Pusat Kurikulum dan Perbukuan (2013 – sekarang)
4. Penilai Buku Non Teks Pelajaran di Pusat Kurikulum dan Perbukuan (2012 – sekarang)
5. Tim Pengembang Instrumen Akreditasi PPG di BAN PT, (2017)
6. Asesor Akreditasi Program Studi Pendidikan Matematika dan Akreditasi Perguruan Tinggi di BAN PT, (2008 – sekarang).
7. Asesor Akreditasi Pendidikan Matematika di Lembaga Akreditasi Mandiri Kependidikan (LAMDIK), (2021 – sekarang)
8. Asesor Akreditasi Matematika/Statistika di Lembaga Akreditasi Mandiri Sain Alam dan Ilmu Formal (LAMSAMA), (2022 – sekarang)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S3: Institut Teknologi Bandung (2005)
2. S2: Institut Teknologi Bandung (1996)
3. S1: IKIP Malang (1990)

Judul Karya Tulis Ilmiah (10 Tahun Terakhir)

1. Penelitian: Pembuatan Sistem Informasi Dan Pusat Data Untuk Data Dukung Borang Prodi Mengacu Pada Instrumen Akreditasi Program Studi 4.0 (Iaps 4.0) (2019)
2. Penelitian: Optimalisasi Pajak Dari Penentuan Lokasi Papan Reklame Di Badan Pelayanan Pajak Daerah Kota Malang Dengan Menggunakan Spasial Durbin Model Dan Remote Sensing (2019)
3. Penelitian: Peningkatan Kompetensi Guru Smp Melalui Optimalisasi Penggunaan Metode Statistika Dengan Software Minitab Dan Spss (2019)
4. Penelitian: Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Kaidah Pencacahan Siswa Undifferentiated Schizophrenia (2020)
5. Penelitian: Estimasi Cadangan Klaim Ibnr Menggunakan Glm Pada Distribusi Lognormal (2021)
6. Penelitian : Analisis Spasiotemporal Conditional Autoregressive Model (Car) Dan Pendeteksian Hotspots Covid-19 Di Indonesia (2021)
7. Penelitian : Pengembangan Aplikasi Sistem Informasi Akreditasi Prodi (Siap) Untuk Pemenuhan Data Akreditasi Program Studi 4.0 (2021)
8. Karya Ilmiah: Analysis Of Students' Mathematical Problem Solving Ability As The Effect Of Constant Ill-Structured Problem's Employment (Conf. Series 1166 (2019) 012020 Doi:10.1088/1742-6596/1166/1/012020)
9. Karya Ilmiah: Misconception Of Triangle Concept Through Epistemological Mathematics Belief Promote Student's Analytical Thinking Skills (Conf. Series 1188 (2019) 012076 Doi:10.1088/1742-6596/1188/1/012076)

10. Karya Ilmiah: Engaging Problems On Trigonometry: Why Were Student Hard To Think Critically?)Conf. Series 1188 (2019) 012038 Doi:10.1088/1742-6596/1188/1/012038)
11. Karya Ilmiah: The Use Of Ethnomathematics At Arfak (West Papua, Indonesia): The Representation Of Lines On Rumah Kaki Seribu Construction (Conf. Series 243 (2019) 012069 Doi:10.1088/1755-1315/243/1/012069)
12. Karya Ilmiah: Metacognitive Therapy For Mathematics Disorder (Conf. Series 1157 (2019) 042079 Doi:10.1088/1742-6596/1157/4/042079)
13. Karya Ilmiah: Investigation Of Students' Metacognitive Failures In Mathematical Problem Solving Based On Metacognitive Behavior (Conf. Series 1157 (2019) 032102 Doi:10.1088/1742-6596/1157/3/032102)
14. Karya Ilmiah: How Do Students' Mathematical Epistemological Beliefs Affect Their Critical Thinking Tendencies? (International Journal Of Scientific & Technology Research Volume 9, Issue 05, May 2020)
15. Karya Ilmiah: Student Reflective Abstraction Of Impulsive And Reflective In Solving Mathematical Problem (International Journal Of Scientific & Technology Research Volume 9, Issue 02, February 2020)
16. Karya Ilmiah: Parameter Estimation Of Spatial Durbin Model (Sdm) Using Method Of Moment (Conference Proceedings 2215, 070002 (2020))
17. Karya Ilmiah: The Efficiency Of Spatial Durbin Model (Sdm) Parameters Estimation On Advertisement Tax Revenue In Malang City (Conf. Series 1821, (2021) 012012)
18. Karya Ilmiah: Designing Slow Learners' Metacognition Activities Through Communication Skills Based On Multiple Intelligence (Conference Proceedings 2330, 040006 (2021))
19. Karya Ilmiah: Identification Of Young Students' Metacognition In Mathematical Problem Solving Using The Multi-Method Interview Approach (Conference Proceedings 2330, 040012 (2021))

Biodata Penelaah

Nama Lengkap : Prof. Alhadi Bustamam, S.Si, M.Kom, Ph.D

Email : alhadi@sci.ui.ac.id

Instansi : Departemen M atematika FMIPA Universitas Indonesia

Alamat Instansi : Gedung D, Kampus UI, Depok, Jawa Barat

Bidang Keahlian : Bioinformatics, Computational Mathematics, Biomedical Informatics, Data Science, Artificial Intelligence and Advanced Computing

Riwayat Pekerjaan/Profesi (10 Tahun Terakhir)

1. Guru Besar Tetap Ilmu Matematika Departemen Matematika FMIPA UI (2022–sekarang)
2. Ketua Departemen Matematika – FMIPA Universitas Indonesia (2022–sekarang)
3. Ketua Program Studi S2 Matematika – FMIPA Universitas Indonesia (2018-2022)
4. Kepala Data Science Center (DSC), Lembaga Sains Terapan – FMIPA Universitas Indonesia (2018-sekarang)
5. Ketua Departemen Matematika – FMIPA Universitas Indonesia (2014-2018)
6. Kepala Bioinformatics and Advanced Computing Laboratory, Departemen Matematika – FMIPA Universitas Indonesia (2012-sekarang)
7. Koordinator IT dan Komunikasi – FMIPA Universitas Indonesia (2011-2014)

8. Koordinator IT dan Komunikasi – FMIPA Universitas Indonesia (2004-2005)
9. Kepala Laboratorium Komputer, Departemen Matematika – FMIPA Universitas Indonesia (2003-2004)
10. Dosen dan Peneliti – FMIPA Universitas Indonesia (1997-sekarang)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S3: Advanced Computing in Bioinformatics form School of Mathematics and Institute for Molecular Bioscience, The University of Queensland (UQ), Australia (2011)
2. S2: Ilmu Komputer, Fasilkom Universitas Indonesia, Indonesia (2002)
3. S1: Matematika, FMIPA Universitas Indonesia, Indonesia (1996)

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (2 Tahun Terakhir)

Jurnal Internasional (Bereputasi)

1. Bustamam, A., Yanuar, A., Anki, P., Ulfa, A., "Evaluation quantitative structure-activity relationship (QSAR) using ensemble learning methods on acetylcholinesterase inhibitors for Alzheimer's disease", Commun. Math. Biol. Neurosci., Vol. 2022, Article ID 73, 2022.
2. Bustamam, A., Sunggawa, M. I., Siswantining, T., "Performance of multivariate mutual information and autocorrelation encoding methods for the prediction of protein-protein interactions", IAES International Journal of Artificial Intelligence (IJ-AI), Vol. 11, No.2, 2022, p. 773-786.
3. Siswantining, T., Bustamam, A., Sarwinda, D., Soemartojo, S. M., Latief, M. A., Octaria, E. A., Siregar, A. T. M., Septa, O., Al-Ash, H. S., Saputra, N., "Triclustering method for finding biomarkers in human immunodeficiency virus-1 gene expression data", Mathematical Biosciences and Engineering, Vol. 19 (7), 2022, p. 6743-6763.
4. Paradisa, R. H., Bustamam, A., Mangunwardoyo, W., Victor, A. A., Yudhanta, A. R., Anki, P., "Deep Feature Vectors Concatenation for

Eye Disease Detection Using Fundus Image", Electronics (MDPI), Vol. 11 (1), 2021, p.23.

5. Hermansyah, O., Bustamam, A., Yanuar, A., "Virtual screening of dipeptidyl peptidase-4 inhibitors using quantitative structure–activity relationship-based artificial intelligence and molecular docking of hit compounds", Computational Biology and Chemistry, Vol. 95, 2021, p. 107597.
6. Bustamam, A., Hamzah, H., Husna, N. A., Syarofina, S., Dwimantara, N., Yanuar, A., Sarwinda, D., "Artificial intelligence paradigm for ligand-based virtual screening on the drug discovery of type 2 diabetes mellitus", Journal of Big Data, Vol. 8, 2021, p.1-21.
7. Salma, A., Bustamam, A., Yudantha, A. R., Victor, A. A., Mangunwardoyo, W., "Artificial Intelligence Approach in Multiclass Diabetic Retinopathy Detection Using Convolutional Neural Network and Attention Mechanism", International Journal of Advances in Soft Computing & Its Applications, Vol. 13, No. 3, 2021.
8. Anki, P., Bustamam, A., Buyung, R. A., "Looking for the link between the causes of the COVID-19 disease using the multi-model application", Commun. Math. Biol. Neurosci., Vol. 2021, Article ID 75, 2021.
9. Salma, A., Bustamam, A., Yudantha, A. R., Victor, A. A., Mangunwardoyo, W., "Diabetic Retinopathy Detection and Classification Using GoogleNet and Attention Mechanism Through Fundus Images", Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), Vol. 12, No. 14, 2021, p.590-597.
10. Siswantining, T., Bustamam, A., Swasti, O., Al-Ash, H. S., "Analysis and prediction of protein interactions between HIV-1 protein and human protein using LCM-MBC algorithm combined with association rule mining", Commun. Math. Biol. Neurosci., Vol. 2021, Article ID 64, 2021.
11. Amalia, R., Bustamam, A., Yudantha, A. R., Victor, A. A., "Diabetic retinopathy detection and captioning based on lesion features

using deep learning approach", Commun. Math. Biol. Neurosci., Vol. 2021, Article ID 59, 2021.

12. Anki, P., Bustamam, A., "Measuring the accuracy of LSTM and BiLSTM models in the application of artificial intelligence by applying chatbot programme", Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science, Vol. 23, No. 1, 2021, p. 197-205.
13. Banjarnahor, E., Bustamam, A., Siswantining, T., Mangunwardoyo, W., "K-Means Clustering and Analyze of SARS-CoV 2 DNA based on Multiple Encoding Vector and K-Mer Method", Annals of the Romanian Society for Cell Biology, Vol. 25, No. 4, 2021, p.18647-18658.
14. Bustamam, A., Rustam, Z., Selly, A. A. K., Wibawa, N. A., Sarwinda, D., Husna, N. A., "Lung cancer classification based on support vector machine-recursive feature elimination and artificial bee colony", Annals of Mathematical Modeling, Vol. 13, No. 1, 2021, p.40-52.
15. Bustamam, A., Sarwinda, D., Paradisa, R. H., Victor, A. A., Yudantha, A. R., Siswantining, T., "Evaluation of convolutional neural network variants for diagnosis of diabetic retinopathy", Commun. Math. Biol. Neurosci., Vol. 2021, Article ID 42, 2021.
16. Bustamam, A., Formalidin, S., Siswantining, T., Rustam, Z., "Finding correlated biclusters from microarray data using the modified lift algorithm based on new residue score", International Journal of Data Mining and Bioinformatics (IJDMB), Vol. 24, No. 4, 2021, p.326-343.
17. Silitonga, P., Bustamam, A., Muradi, H., Mangunwardoyo, W., Dewi, B. E., "Comparison of Dengue Predictive Models Developed using Artificial Neural Network and Discriminant Analysis with Small Dataset", Applied Sciences, Vol. 11, No. 3, 2021, p.943.
18. Siswantining, T., Bustamam, A., Puspa, S. D., Rustam, Z., Zubedi, F., "Biclustering of diabetic nephropathy and diabetic retinopathy microarray data using a similarity-based biclustering algorithm", International Journal of Bioinformatics Research and Applications, Vol. 17, No. 4, 2021, p.343-362.

19. Hermansyah, O., Bustamam, A., Yanuar, A., “Virtual Screening of DPP-4 Inhibitors Using QSAR-Based Artificial Intelligence and Molecular Docking of Hit Compounds to DPP-8 and DPP-9 Enzymes”, Research Square, DOI: https://doi.org/10.21203/rs.2.22282/v2 , 2020.
20. Bustamam, A., Siswantining, T., Kaloka, T. P., Swasti, O., “Application of BIMAX, POLS, and LCM-MBC to find bicluster on interactions protein between HIV-1 and human”, Austrian Journal of Statistics, Vol. 49, No. 3, 2020, p.1-18.
21. Kaloka, T. P., Bustamam, A., Sarwinda, D., Abdillah, B., “Detecting Lesion Characteristics of Diabetic Retinopathy Using Machine Learning and Computer Vision”, International Journal on Advanced Science, Engineering, and Information Technology (IJASEIT), Vol. 10, No. 4, 2020, p.1367-1373.

Prosiding Internasional (Terindeks)

1. Rahman, A., Bustamam, A., “Deep learning with concatenate model to detect COVID-19 lung disease with CT scan images”, AIP Conference Proceedings, 2391 (1), 020002, 2022.

2. Triyadi, A. B., Bustamam, A., Anki, P., “Deep Learning in Image Classification using VGG-19 and Residual Networks for Cataract Detection”, IEEE, 293-297, 2022, (2nd International Conference on Information Technology and Education (ICIT&E)).

3. Prawira, R., Bustamam, A., Anki, P., “Multi Label Classification of Retinal Disease on Fundus Images using AlexNet and VGG16 Architectures”, IEEE, 464-468, 2021, (4th International Seminar on Research of Information Technology and Intelligent Systems (ISRITI)).

4. Lumbantoruan, A. A., Bustamam, A., Anki, P., “Retinal Disease for Clasification Multilabel with Applying Convolutional Neural Networks Based Support Vector Machine and DenseNet”, IEEE, 475-479, 2021, (4th International Seminar on Research of Information Technology and Intelligent Systems (ISRITI)).

5. Himami, Z. R., Bustamam, A., Anki, P., “Deep Learning in Image Classification using Dense Networks and Residual Networks for Pathologic Myopia Detection”, IEEE, 1-6, 2021, (International Conference on Artificial Intelligence and Big Data Analytics (ICAIBDA).

6. Paradisa, R. H., Bustamam, A., Victor, A. A., Yudantha, A. R., Sarwinda, D., “Diabetic Retinopathy Detection using Deep Convolutional Neural Network with Visualization of Guided Grad-CA”, IEEE, 19-24, 2021, (4th International Conference of Computer and Informatics Engineering (IC2IE)).

7. Hastuti, E. T., Bustamam, A., Anki, P., Amalia, R., Salma, A., “Performance of True Transfer Learning using CNN DenseNet121 for COVID-19 Detection from Chest X-Ray Images”, IEEE, 1-5, 2021, (International Conference on Health, Instrumentation & Measurement, and Natural Sciences (InHeNce)).

8. Bustamam, A., Yanuar, A., Mangunwardoyo, W., Anki, P., Amalia, R., “Comparison accuracy of multi-layer perceptron and DNN in QSAR classification for acetylcholinesterase inhibitors”, IEEE, 1-6, 2021, (International Conference on Artificial Intelligence and Mechatronics Systems (AIMS)).

9. Ulfa, A., Bustamam, A., Yanuar, A., Amalia, R., Anki, P., “Model QSAR Classification Using Conv1D-LSTM of Dipeptidyl Peptidase-4 Inhibitors”, IEEE, 1-6, 2021, (International Conference on Artificial Intelligence and Mechatronics Systems (AIMS)).

10. Bustamam, A., Yanuar, A., Mangunwardoyo, W., “One-Dimensional Convolutional Neural Network Method as The Predicting Model for Interactions Between Drug and Protein on Heterogeneous Network”, IEEE, 1-6, 2021, (International Conference on Artificial Intelligence and Mechatronics Systems (AIMS)).

11. Banjarnahor, E., Bustamam, A., Mangunwardoyo, W., Sarwinda, D., “Implementation of Hierarchical Clustering Method in

Analyzing Genetic Relationship on DNA SARS-CoV-2 Sequences", IOP Publishing, 012074, 2021, (Journal of Physics: Conference Series).

12. Anki, P., Bustamam, A., Al-Ash, H. S., Sarwinda, D., "Intelligent Chatbot Adapted from Question-and-Answer System Using RNN-LSTM Model", IOP Publishing, 012001, 2021, (Journal of Physics: Conference Series).

13. Salma, A., Bustamam, A., Sarwinda, D., "Diabetic Retinopathy Detection Using GoogleNet Architecture of Convolutional Neural Network Through Fundus Images", Nusantara Science and Technology Proceedings, 1-6, 2021, (Bioinformatics and Biodiversity Conferences (BBC)).

14. Mangunwardoyo, W., Bustamam, A., Anki, P., Yanuar, A., Amalia, R., "Comparison Accuracy of Multi-Layer Perceptron and DNN in QSAR Classification for Acetylcholinesterase Inhibitors", IEEE, 2021, (International Conference on Artificial Intelligence and Mechatronics Systems (AIMS).

15. Husna, N. A., Bustamam, A., Yanuar, A., Sarwinda, D., "The Drug Design for Diabetes Mellitus Type II using Rotation Forest Ensemble Classifier", Elsevier, Procedia Computer Science, 161-168, 2021.

16. Sarwinda, D., Paradisa, R. H., Bustamam, A., Anggia, P., "Deep learning in image classification using residual network (ResNet) variants for detection of colorectal cancer", Elsevier, Procedia Computer Science, 423-431, 2021.

17. Syarofina, S., Bustamam, A., Yanuar, A., Sarwinda, Al-Ash, H. S., Hayat, A., "The distance function approach on the MiniBatchKMeans algorithm for the DPP-4 inhibitors on the discovery of type 2 diabetes drugs", Elsevier, Procedia Computer Science, 127-134, 2021.

Biodata Editor

Nama Lengkap : Drajat, S.Pd., M.M.
Email : saunggeulis2020@gmail.com
Instansi : SMP Negeri 1 Cangkuang, Kab. Bandung
Alamat Instansi : Jl. Tenjolaya, Desa Ciluncat, Kec. Cangkuang

Bidang Keahlian : Matematika, Fisika, Informatika

Riwayat Pekerjaan (10 Tahun Terakhir)

1. Guru SMP Negeri 1 Cangkuang
2. Konsultan Karya Tulis Ilmiah
3. Pemimpin Redaksi Majalah Hibar

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. S2: Manajemen Pendidikan , STIE Ganesha Jakarta (1996)
2. S1: Pendidikan Fisika, IKIP / UPI Bandung (1990)

Judul Buku dan Tahun Terbit (10 Tahun Terakhir)

1. Salam 3 Jari Leadership ala Jokowi (2015)

Judul Buku yang Pernah Disunting/Diedit (10 Tahun Terakhir)

1. Matematika Bikin Ketawa, Dar Mizan
2. Cara Praktis Jago Matematika untuk SMP & SMA, Dar Mizan
3. Korek Api Ajaib dan Tabungan ke Surga, Dar Mizan
4. Pengantar Metodologi Pembelajaran, Bintang Cerdas
5. Sungai di mana Air Mengalir , Pendidikan Dasar dan Menengah Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan
6. Cara Mudah Membuat PTK, Insan Cendekia Mandiri, 2020
7. Darurat Literasi, Insan Cendekia Mandiri 2021

Judul Penelitian dan Tahun Terbit (10 tahun terakhir):

1. Menumbuhkembangkan Minat Siswa Belajar Matematika dengan Menggunakan Metode Quantum Teaching (2017).
2. Menumbuhkan Minat Belajar Matematika dengan Metode Cerdas (Cerita dan Aplikasi) (2019)
3. Menumbuhkembangkan Minat Siswa Belajar Matematika di Masa Pandemi dengan Memanfaatkan Media Sosial WhatsApp Materi Kesebangunan di Kelas IX A SMP N 1 Cangkuang Kab. Bandung

Biodata Ilustrator

Nama Lengkap : Lutfi Bahtiar, SE
Email : pensilapusan@gmail.com
Akun Instagram : lupoijo
Alamat : Kalibata, Jakarta
Bidang Keahlian : Ilustrasi

Riwayat Pekerjaan/Profesi dalam 10 Tahun Terakhir

1. Senior Associate Illustrator, SHOPEE Indonesia (2021-2022)
2. Lead Illustrator, Letter B Post for Zenius Education Projects (2020)
3. Creative Illustrator, BUKALAPAK (2018-2019)
4. Visualizer HOGARTH & OGILVY (2015-2018)
5. Visualizer YOUNG & RUBICAM (2013-2015)
6. Freelance Visualizer and Illustrator (2001-now)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar:

1. S1: Manajemen Perbankan, STIE Perbanas (1995-2001)

Judul Buku dan Tahun Terbit (3 Tahun terakhir)

1. Pusmenjar (2020), Modul Belajar Literasi dan Numerasi Jenjang SD Program Pembelajaran Jarak Jauh: Modul Belajar Siswa Kelas 4 Tema 1-9 Subtema 2, Modul, Kemdikbud, Jakarta.
2. Pusmenjar (2020), Modul Belajar Literasi dan Numerasi Jenjang SD Program Pembelajaran Jarak Jauh: Modul Pendamping Bagi Guru Kelas 4 Tema 1-9 Subtema 2, Modul, Kemdikbud, Jakarta.
3. Pusmenjar (2020), Modul Belajar Literasi dan Numerasi Jenjang SD Program Pembelajaran Jarak Jauh: Modul Pendamping Bagi Orang Tua Kelas 4 Tema 1-9 Subtema 2, Modul, Kemdikbud, Jakarta.

Biodata Desainer

Nama Lengkap : Joko Setiyono, S.ST.
Email : creative.kawa@gmail.com
Akun Instagram : kawa_crtve
Alamat : Ngaglik, Sleman, Yogyakarta
Bidang Keahlian : Desain Grafis

Riwayat Pekerjaan/Profesi dalam 10 Tahun Terakhir

1. Creative Director di KAWAcrtve Yogyakarta (2019-sekarang)
2. Desainer dan Ilustrator Modul Belajar Literasi dan Numerasi Jenjang SD Program Pembelajaran Jarak Jauh (2020-2021)
3. Desainer Grafis lepas di CASIO Education Indonesia (2020-sekarang)
4. Staf Learning Media Development pada SEAMEO Regional Centre for QITEP in Mathematics (2012-2019)

Riwayat Pendidikan Tinggi dan Tahun Belajar

1. D4: Institut Teknologi Bandung (2010-2011)
2. D3: Program alih jenjang - Politeknik Kesenian Yogyakarta (2008-2010)

Judul Buku dan Tahun Terbit (3 Tahun terakhir)

1. Departemen Ilmu Gizi FK UI (2022), Modul Edukasi Gema Si Rempah, Jakarta.
2. Departemen Ilmu Gizi FK UI (2022), Modul Resep Gema Si Rempah, Jakarta.
3. SEAMEO RECFON (2022), Practical Guidelines: Healty School Canteen Development, Kemendikbud, Jakarta
4. SEAMEO RECFON (2021), School Garden-Based Nutrition Education, Kemendikbud, Jakarta
5. IPB University (2021), Modul Edukasi Gizi di Pesantern, Bogor

6. Pusmenjar (2020), Modul Belajar Literasi dan Numerasi Jenjang SD Program Pembelajaran Jarak Jauh: Modul Belajar Siswa Kelas 5 Tema 1-9 Subtema 2, Modul, Kemdikbud, Jakarta.
7. Pusmenjar (2020), Modul Belajar Literasi dan Numerasi Jenjang SD Program Pembelajaran Jarak Jauh: Modul Pendamping Bagi Guru Kelas 5 Tema 1-9 Subtema 2, Modul, Kemdikbud, Jakarta.
8. Pusmenjar (2020), Modul Belajar Literasi dan Numerasi Jenjang SD Program Pembelajaran Jarak Jauh: Modul Pendamping Bagi Orang Tua Kelas 5 Tema 1-9 Subtema 2, Modul, Kemdikbud, Jakarta.